Zadania z przekształcania wykresów funkcji

(poziom podstawowy oraz rozszerzony)

Zadanie 1: Oblicz współrzędne wektora $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AB}$ oraz $\overrightarrow{3AC} - 2\overrightarrow{BC}$

jeśli $A = (-2,3)$, $B = (0,-1), C = (-4,1)$

Zadanie 2: Oblicz długość wektorów z zadania pierwszego.

Zadanie 3: Wyznacz współrzędne punktu A wiedząc, że $B = (-1,6)$ oraz $\overrightarrow{BA} = (4,-1)$

Zadanie 4: Wyznacz współrzędne punktu B wiedząc, że $A = (2,-9)$ oraz $\overrightarrow{BA} = (-3,2)$

Zadanie 5: Dla jakich parametrów *m, n* wektory są równe, jeśli:

$\vec{a} = [3m + 2; n + 4]\ oraz\ \vec{b} = [m - 4; 2n - 1]$

Zadanie 6: Dla jakich parametrów *m, n* wektory są przeciwne, jeśli:

$\vec{a} = [3m - 4; m - 8]\ oraz\ \vec{b} = [m + 2n; m - 2n]$

Zadanie 7: Podaj współrzędne wektora $\vec{u}$, o jaki należy przesunąć wykres funkcji *f* , aby otrzymać wykres funkcji g, jeśli:

a) $g(x) = f(x - 1)$
b) $g(x) = f(x) - 4$
c) $g(x) = f(x + 2) + 4$
d) $g(x) = f(x - 10) - 3$

Zadanie 8: Wykres funkcji f przesuń równolegle o wektor $\vec{u}$. Napisz wzór funkcji g, której wykres otrzymałeś, jeśli:

a) $f(x) = 2x - 4\ \ \vec{u} = [-4,0]$
b) $f(x) = -3x + 1\ \ \vec{u} = [0,5]$
c) $f(x) = 3|x|\ \ \vec{u} = [3,-8]$
d) $f(x) = 2\sqrt{x}\ \ \vec{u} = [-1,2]$
e) $f(x) = \frac{3}{x}\ \ \vec{u} = [-3,0]$
f) $f(x) = x^2\ \ \vec{u} = [0,7]$

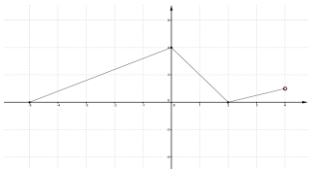
Zadanie 9: Podaj współrzędne wektora $\vec{u}$, o jaki należy przesunąć wykres funkcji *f*, aby otrzymać wykres funkcji g, jeśli:

a) $g(x) = 2(x - 1) + 4$
b) $g(x) = (x + 3)^2 - 2$
c) $g(x) = 2(x + 1)^3$
d) $g(x) = 4\sqrt{x} - 3$
e) $g(x) = \frac{2}{x-1} + 1$

Zadanie 10: Naszkicuj wykres funkcji:

a) $y = (x-1)^2 - 3$
b) $y = |x+1| + 2$
c) $y = 2|x| - 3$
d) $y = \frac{3}{x-1} + 1$
e) $y = 2\sqrt{x} + 4$

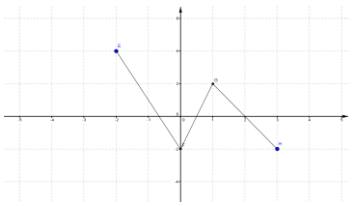
Zadanie 11: Dany jest wykres funkcji *f:*



Narysuj wykres następujących funkcji:

a) $g(x) = f(x-2)$
b) $g(x) = f(x) - 3$
c) $g(x) = f(x+1) + 2$
d) $g(x) = f(-x)$
e) $g(x) = -f(x)$
f) $g(x) = -f(-x)$
g) (R) $g(x) = f(|x|)$

Zadanie 12:Dana jest funkcja *f* wykresem:



Wykonaj przekształcenia wykresu funkcji:

a) Przesunięcie równoległe o wektor $\vec{u} = [-4,0]$
b) Przesunięcie równoległe o wektor $\vec{u} = [0,2]$
c) Przesunięcie równoległe o wektor $\vec{u} = [1,-3]$
d) Symetria względem osi OX
e) Symetria względem osi OY
f) Symetria względem punktu (0,0)
g) (R) Przekształcenie: $f(|x|)$
h) (R) Przekształcenie: $|f(x)|$

Zadanie 13: Narysuj wykres funkcji $f(x) = x^2$, a następnie wykonaj następujące przekształcenia oraz podaj wzory nowo otrzymanych funkcji:

a) *Sox*
b) $\vec{u} = [2,-4]$
c) $\vec{u} = [0,1]$
d) *Soy*
e) $S_{(0,0)}$

Zadanie 14: Podaj wzory funkcji, a następnie narysuj wykresy w układzie współrzędnych:

a) $f(x) = x^2$ $\xrightarrow{\vec{u} = [2,-3]}$ ……

b) $f(x) = |x|$ $\xrightarrow{\vec{u} = [-1,-4]}$ …… $\xrightarrow{S_{OX}}$ ……

Zadanie 15: Narysuj wykres funkcji *f(x)* określonej w podanym zbiorze, a następnie wykonaj podane przekształcenie wykresu funkcji, jeśli:

a) $f(x) = -x^2$ gdy $x \in < -3,2)$ przekształcenie: $S_{(0,0)}$
b) $f(x) = x^3$ gdy $x \in (-\infty, 2 >$ przekształcenie: S_{OX}
c) $f(x) = 2\sqrt{x}$ gdy $x \in < 0,9 >$ przekształcenie: S_{OY}
d) $f(x) = -\frac{1}{x}$ gdy $x \in (-2,1 >$ przekształcenie: $\vec{u} = [-2,3]$
e) $(R)\ f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4$ gdy $x \in < -2,4)$ przekształcenie: $|f(x)|$
f) $(R)\ f(x) = \begin{cases} 2x - 2\ jeśli\ x \in (-\infty; 2) \\ 8 - 3x\ jeśli\ x \in < 2;\ 4) \end{cases}$ przekształcenie: $f(|x|)$
g) $(R)\ f(x) = \begin{cases} |x|\ jeśli\ x \in (-3; 1) \\ 3\ jeśli\ x \in < 1;\ 4) \end{cases}$ przekształcenie: $f(|x|)$

Zadanie 16 (R): Narysuj wykresy funkcji:

a) $y = |(x+2)^2 - 1|$
b) $y = (|x| - 3)^2 - 2$
c) $y = -\sqrt{-x+2} + 3$
d) $y = |\frac{3}{x-1} + 1|$
e) $y = 2\sqrt{|x|}$
f) $y = -4|x| + 1$
g) $y = 2|-x| - 1$
h) $y = ||x|^3 - 1|$
i) $y = \left|\frac{1}{|x|-2} + 1\right|$

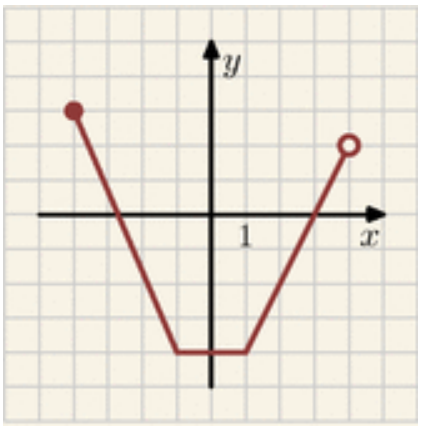
Zadanie 17 (R): Zbiorem wartości funkcji $y = f(x)$ jest podany zbiór Zw. Wyznacz zbiór wartości funkcji $y = |f(x)|$ jeśli:

a) $Zw =< 0,5 >$
b) $Zw =< -10,-1) \cup < 2,9)$
c) $Zw = (-9,3 >$

Zadanie 18 (R): Dziedziną funkcji $y = f(x)$ jest podany zbiór D. Wyznacz dziedzinę funkcji $y = f(|x|)$ jeśli:

a) $D = (-3,4 >$
b) $D = (-8,-3 > \cup (2,5 >$
c) $D = (0,7)$

Zadanie 19 (R): Na rysunku obok przedstawiony jest wykres funkcji *f*. Wykonując odpowiednie przekształcenia, naszkicuj wykres:



a) $y = -f(x-2)$
b) $y = f(-x+3)$
c) $y = -|f(x) - 1|$
d) $y = |f(-x) + 3|$

Zadanie 20 (R): Naszkicuj wykres $f(x) = 3 - |x-2|$. Na jego podstawie rozwiąż równanie $f(x) = 2$

Zadanie 21 (R): Naszkicuj wykres $f(x) = \left|\frac{2}{x-1}\right|$. Na jego podstawie rozwiąż równanie $f(x) = 1$

Zadanie 22 (R): Naszkicuj wykres $f(x) = \sqrt{|x-3|}$. Na jego podstawie rozwiąż równanie $f(x) = 1$

Zadanie 23 (R): Na podstawie wykresu funkcji $f(x) = |x + 4|$ wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $|x + 4| = 2 + m$:

a) Ma rozwiązania
b) Ma dwa rozwiązania
c) Ma jedno rozwiązanie
d) Nie ma rozwiązania

Zadanie 24 (R): Przeprowadź dyskusję liczby rozwiązań równania $|x^2 - 1| = m - 2$ w zależności od wartości parametru m.

Zadanie 25 (R): Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $(x + 3)^2 = m + 1$ ma dwa rozwiązania ujemne.

Zadanie 26 (R): Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $|x - 3| - 2 = \frac{5-m}{4}$ ma dwa rozwiązania dodatnie.