Zadania z funkcji liniowej

(poziom podstawowy oraz rozszerzony)

Zadanie 1: Napisz wzór proporcjonalności prostej, określającej zależność obwodu kwadratu od długości jego boku.

Naszkicuj wykres tej funkcji wiedząc, że długość boku kwadratu jest liczbą z przedziału $<\frac{1}{4};2>$.

Zadanie 2: Pompa w ciągu 8 godzin wypompowała 54 800 litrów wody.

a) Oblicz, ile litrów wody wypompuje ta pompa w ciągu godziny

b) Oblicz, ile litrów wody wypompuje ta pompa w ciągu 12,5 godzin

c) Napisz wzór określający liczbę litrów wypompowanej wody w ciągu *x* godzin przez pompę.

Zadanie 3: Wyznacz wszystkie wartości parametru *m*, dla których funkcja liniowa:

a) $f(x) = (m+1)x + 2$ jest rosnąca

b) $g(x) = (7-3m)x + 2m - 1$ jest malejąca

c) $h(x) = \frac{2m-1}{4m+2}x - 11m + 3$ jest stała

Zadanie 4: Naszkicuj wykres funkcji:

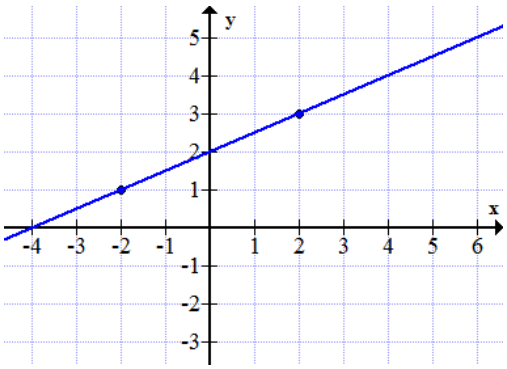
a) $f(x) = 3x - 2$

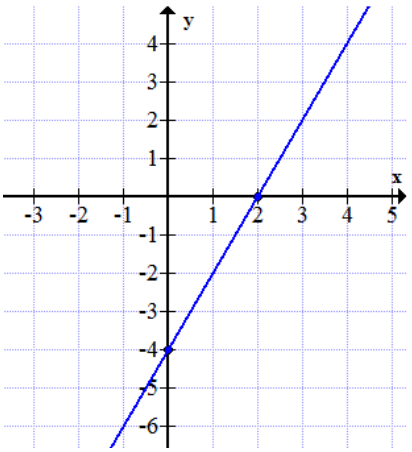
b) $g(x) = -\frac{1}{3}x + 5$

c) $h(x) = 1{,}5x - 2{,}5$

d) $l(x) = -2x$

Zadanie 5: Napisz wzór funkcji przedstawionej na poniższych wykresach:





Zadanie 6: Napisz wzór funkcji liniowej której wykres przechodzi przez punkty:

a) $A = (0;2)$ oraz $B = (1;7)$

b) $A = (0;-2)$ oraz $B = (1;4)$

c) $A = (-3;0)$ oraz $B = (-2;1)$

Zadanie 7: Wyznacz parametr *m* wiedząc, że do wykresu funkcji *f(x)* należy punkt *P*:

a) $f(x) = (m-2)x + 4$ oraz $P = (1; 3)$
b) $f(x) = (3m-1)x + m + 1$ oraz $P = (-1; 2)$
c) $f(x) = (10m+12)x + 3m - 3$ oraz $P = (0; -7)$

Zadanie 8: Wyznacz wszystkie wartości parametru *k* dla których funkcja liniowa $f(x) = 3k - 1 + (k-5)x$ jest malejąca i jednocześnie wykres tej funkcji przecina oś OY powyżej punktu *A=(0;2).*

Zadanie 9: Wyznacz wszystkie wartości parametru *m*, dla których miejscem zerowym funkcji liniowej *f* jest liczba x_0:

a) $f(x) = (m+3)x - 4$ oraz $x_0 = 2$
b) $f(x) = (m^2-1)x - 3$ oraz $x_0 = 1$
c) $f(x) = 2x + m^2 - 2$ oraz $x_0 = -5$
d) $f(x) = (4m-2)x + m + 3$ oraz $x_0 = 0{,}5$

Zadanie 10: Funkcja liniowa *f* opisana jest wzorem $f(x) = -\frac{2}{3}x + 4$

a) Oblicz $2f(-12) + 3f(9)$
b) Dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości niedodatnie?
c) Naszkicuj wykres tej funkcji.

Zadanie 11: Funkcja liniowa *f* opisana jest wzorem $f(x) = -2x + 3\sqrt{3}$

a) Wyznacz te argumenty, dla których funkcja *f* przyjmuje wartości należące do przedziału $< -3\sqrt{3}; 2\sqrt{3} >$
b) Sprawdź, czy liczba $f(\frac{3\sqrt{3}-4}{2})$ jest wymierna

Zadanie 12: Funkcja liniowa *f* określona jest wzorem $f(x) = 5x + \frac{b-2}{4}$. Wyznacz wszystkie wartości *b* dla których:

a) Wartość funkcji *f* dla argumentu $\frac{1}{5}$ jest mniejsza od 3
b) Miejsce zerowe funkcji f jest liczbą ujemną

Zadanie 13: Naszkicuj wykres funkcji:

a) $f(x) = \begin{cases} x - 2 \; jeśli \; x \in (-\infty; 2) \\ 8 - 4x \; jeśli \; x \in < 2; \; 5) \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} 5 \; jeśli \; x \in (-\infty; 0) \\ -x \; jeśli \; x \in < 0; 2 > \\ -2 \; jeśli \; x \in (2; \; +\infty) \end{cases}$

Zadanie 14: Podaj kąt nachylenia wykresu funkcji do osi OX, jeśli:

a) $f(x) = \sqrt{3}x + 2$

b) $f(x) = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$

c) $f(x) = x - 2\sqrt{2}$

Zadanie 15: Napisz wzór funkcji liniowej której wykres przechodzi przez punkt *A* oraz jest on nachylony do osi OX pod kątem α, jeśli:

a) $\alpha = 30°$ oraz $A = (\sqrt{3}; 2)$

b) $\alpha = 120°$ oraz $A = (-1; 1)$

c) $\alpha = 45°$ oraz $A = (3\frac{1}{4}; \frac{1}{2})$

d) $\alpha = 150°$ oraz $A = (3\sqrt{3}; -3)$

Zadanie 16: Napisz wzór funkcji liniowej której wykres przechodzi przez punkt *A* oraz jest on nachylony do osi OX pod kątem α, jeśli:

a) $ctg\alpha = -\frac{2}{5}$ oraz $A = (6; 5)$

b) $sin\alpha = \frac{12}{13}$ oraz $A = (-1; -4)$

Zadanie 17: Napisz wzór funkcji liniowej *g*, której wykres jest równoległy do wykresu funkcji *f* oraz przechodzi przez punkt *A*, jeśli:

a) $f(x) = 2$ oraz $A = (3; -5)$

b) $f(x) = 2x - 7$ oraz $A = (2; 1)$

c) $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$ oraz $A = (-4; 2)$

Zadanie 18: Napisz wzór funkcji liniowej *g*, której wykres jest prostopadły do wykresu funkcji *f* oraz przechodzi przez punkt *A*, jeśli:

a) $f(x) = 2x - 6$ oraz $A = (8; -2)$

b) $f(x) = -\frac{1}{3}x$ oraz $A = (1; -7)$

c) $f(x) = -4x + 3$ oraz $A = (-8; 6)$

Zadanie 19: Wyznacz *m*, wiedząc, że wykresy funkcji f oraz g są równoległe:

a) $f(x) = 2x - 6$ oraz $g(x) = (m + 7)x + 10$

b) $f(x) = (3m - 1)x + 2m$ oraz $g(x) = (m - 2)x + 2$

c) $f(x) = \frac{2m-1}{3}x + 4$ oraz $g(x) = \frac{m+4}{2}x + 2014$

d) $f(x) = |4 + m|x - 8$ oraz $g(x) = 3x + 16$

Zadanie 20: Wyznacz *m*, wiedząc, że wykresy funkcji f oraz g są prostopadłe:

a) $f(x) = x + 1$ oraz $g(x) = (m + 6)x + 11$

b) $f(x) = (3m - 4)x + 7m$ oraz $g(x) = -\frac{1}{2}x + 8$

c) $f(x) = \frac{2m-4}{3}x - 3$ oraz $g(x) = 2x + 400$

d) $f(x) = |m - 12|x - 1$ oraz $g(x) = -\frac{2}{5}x + 21$

Zadanie 21: Kolarz przejechał drogę długości 180 km ze stałą prędkością 45km/h. Napisz wzór funkcji, określający odległość kolarza od mety w zależności od czasu jazdy naszkicuj wykres tej funkcji.

Zadanie 22: Magda i Ola podjęły wakacyjną pracę w dwóch różnych pizzeriach. Magda otrzymuje stałą dzienną stawkę w wysokości 26 zł oraz 80 gr za każdą dostarczoną klientowi pizzę. Ola podpisała umowę, która gwarantuje jej stałą stawkę dzienną w wysokości 14 zł oraz 1,10 zł za każdą dostarczona pizzę.

a) Która z dziewcząt wybrała korzystniejsze warunki pracy przy założeniu, że dzienna średnia liczba dostaw wynosi 30 pizz?
b) Przy jakiej liczbie dostaw dzienny zarobek obu dziewcząt będzie identyczny?

Zadanie 23: W zbiorniku znajdowało się 240 litrów wody. Po odkręceniu kurka odpływowego woda wypływała ze zbiornika ze stałą prędkością 20 litrów na minutę.

a) Ile minut trwało całkowite opróżnienie zbiornika?
b) Napisz wzór funkcji *v,* określający zależność liczby litrów wody w zbiorniku od czasu, jaki upłynął od odkręcenia kurka odpływowego.
c) Naszkicuj wykres tej funkcji *v.*

Zadanie 24: Wyznacz wszystkie wartości parametru *m*, dla których równanie ma jedno rozwiązanie. Wyznacz to rozwiązanie.

a) $mx = 4x + m$
b) $mx + 4 = m^2 - 2x$

Zadanie 25: Wyznacz wszystkie wartości parametru *a*, dla których równanie jest tożsamościowe.

a) $ax - a = 2 - 2x$
b) $(a^2 - 25)x = 3a + 15$

Zadanie 26: Wyznacz wszystkie wartości parametru *k*, dla których równanie jest sprzeczne.

a) $k(x + 1) = 2$
b) $kx - 3 = 2x - k$

Zadanie 27: Dane jest równanie z niewiadomą *x.* Przedyskutuj liczbę rozwiązań równania ze względu na wartość parametru *m.*

a) $(4-m^2)x = m+2$
b) $mx - m^2 = 2x + 4$

Zadanie 28: Wyznacz wartości parametru *m*, dla których zbiór rozwiązań nierówności $3x + m - 1 < 0$

a) Jest przedziałem $(-\infty; 2)$
b) Zawiera się w przedziale $(-\infty; 1)$

Zadanie 29: Wyznacz wartości parametru *k*, dla których zbiór rozwiązań nierówności $4k - x \leq x + 3$

a) Jest przedziałem $< 5; +\infty)$
b) Zawiera się w przedziale $< 1; +\infty)$

Zadanie 30 (R): Rozwiąż równania:

a) $|x - 18| = 2$
b) $|x + 6| + 10 = 3$
c) $\big||x| - 6\big| = 4$
d) $\big||x - 3| + 2\big| = 3$
e) $\big||x + 1| - 3\big| = 5$
f) $|x + 2| = x + 2$
g) $3|x - 1| = 2x - 4$
h) $|x + 1| = 2 - |x - 1|$
i) $|2x + 3| - |x - 1| = 4$

Zadanie 31 (R): Rozwiąż nierówności:

a) $|x - 2| < 4$
b) $|x + 1| \geq 10$
c) $\big||x| - 1\big| \leq 2$
d) $\big||x - 1| + 1\big| > 8$
e) $|x - 7| < 2x + 1$
f) $2 - |x - 6| > x + 10$
g) $|x + 5| \geq 3 - |x - 2|$
h) $|2x + 6| - 2|x - 5| \leq 2$

Zadanie 32: Naszkicuj wykres równania:

a) $-2x + y = 1$
b) $x + 3 = 0$
c) $y = -4$

Zadanie 33: Zapisz wszystkie pary liczb spełniające równanie:

a) $2x + 3y = 3$
b) $x - y + 3 = 0$
c) $x - 4 = 0$

Zadanie 34: Wyznacz wszystkie wartości parametru *m*, dla których wykres równania $(m-5)x + 3y = 1$ jest prosta równoległą do osi OX.

Zadanie 35: Wyznacz wszystkie wartości parametru *m*, dla których wykres równania $3x - (4m-12)y = 8$ jest prosta równoległą do osi OY.

Zadanie 36: Rozwiąż układ równań:

a) $\begin{cases} -x + 5y = 6 \\ x - 3y = -4 \end{cases}$
b) $\begin{cases} (x-3)(x+3) + 3y - x + 2 = (x-2)^2 + y \\ -2x + y = 2 \end{cases}$
c) $\begin{cases} \frac{7x-3y}{5} = \frac{5x-y}{3} - \frac{x+y}{2} \\ 3(x-1) = 5(y+1) \end{cases}$

Zadanie 37: Czy dany układ jest oznaczony, nieoznaczony czy sprzeczny?

a) $\begin{cases} -3x + 2y = -7 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases}$
b) $\begin{cases} -x + 2y = 4 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$
c) $\begin{cases} -3x + 4y = -2 \\ 6x - 8y = 4 \end{cases}$

Zadanie 38: Wyznacz wartości parametrów *a, b* dla których rozwiązaniem układu $\begin{cases} -2ax + by = 6 \\ ax - 3y = 1 \end{cases}$ jest para (-23;-8).

Zadanie 39 (R): Zbadaj liczbę rozwiązań układu równań w zależności od parametru *m:*

a) $\begin{cases} mx + y = 3 \\ 2mx - my = 6 \end{cases}$
b) $\begin{cases} x - my = m \\ mx - y = 2 \end{cases}$
c) $\begin{cases} mx + (2m-1)y = 3m \\ x + my = m \end{cases}$
d) $\begin{cases} mx + 3my = 3 \\ x + my = m - 2 \end{cases}$
e) $\begin{cases} (m-1)x - 2y = 3 \\ 4x - (m+1)y = m \end{cases}$

Zadanie 40 (R): Dla jakiej wartości parametru *m* rozwiązaniem układu jest para liczb ujemnych: $\begin{cases} x - y = m - 1 \\ 2x - y = 3 - m \end{cases}$

Zadanie 41 (R): Dla jakiej wartości parametru *m* rozwiązaniem układu jest para liczb dodatnich: $\begin{cases} 2x - y = 3m \\ x + y = m + 4 \end{cases}$

Zadanie 42 (R): Dla jakiej wartości parametru *a* rozwiązaniem układu jest para liczb o różnych znakach:

$\begin{cases} 2x - 4y = a \\ -3x + 4y = 5 \end{cases}$

Zadanie 43 (R): Dla jakiej wartości parametru *k* rozwiązanie układu: $\begin{cases} x + y = k^2 + 1 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$ spełnia warunek: $x \geq 2 \ \ i \ \ y \geq -1$

Zadanie 44: Przed dwoma laty ojciec był 10 razy starszy od syna, a za 13 lat będzie od niego 2,5 razy starszy. Ile lat ma ojciec, a ile syn obecnie?

Zadanie 45: Z okazji uroczystości rozpoczęcia roku szkolnego ustawiono w Sali gimnastycznej ławki la wszystkich uczniów. Gdyby na każdej ławce usiadło 6 uczniów, to zabrakłoby dwóch ławek. Gdyby zaś na każdej ławce usiadło 8 uczniów, to zostałyby 3 ławki. Ilu jest uczniów w szkole i ile ławek ustawiono w sali gimnastycznej?

Zadanie 46: Za 16 biletów do cyrku zapłacono 303 zł. Bilet dla dziecka kosztował 15 złotych, zaś dla osoby dorosłej był o 60 % droższy. Oblicz ile kupiono biletów dla dorosłych, a ile dla dzieci.

Zadanie 47: W nieparzystej liczbie trzycyfrowej podzielnej przez 5, suma cyfr setek i dziesiątek wynosi 9. Wyznacz tę liczbę, jeśli wiadomo, że po zamianie miejscami cyfry dziesiątek i jedności otrzymamy liczbę o 18 mniejszą od początkowej.

Zadanie 48: Znajdź taką liczbę dwucyfrową, żeby suma jej cyfr wynosiła 12 i żeby po przestawieniu jej cyfr otrzymać liczbę, która jest większa od $66\frac{2}{3}\%$ liczby początkowej. Ile jest takich liczb?

Zadanie 49 (R): W prostokątnym układzie współrzędnych zaznacz zbiór tych wszystkich punktów, których współrzędne spełniają następujące nierówności:

a) $2x + y \geq 8$
b) $-\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}y > 1$
c) $x + y \leq 3$
d) $3x + y < -2$

Zadanie 50 (R): W prostokątnym układzie współrzędnych zaznacz zbiór tych wszystkich punktów, których współrzędne spełniają następujący układ nierówności:

a) $\begin{cases} x + 2 > 0 \\ x + 2y \leq 4 \end{cases}$
b) $\begin{cases} x + 2 > 0 \\ x + 2y \leq 4 \end{cases}$
c) $\begin{cases} y \geq \frac{2}{3}x - 3 \\ y \leq -\frac{3}{2}x + 3 \\ x \geq -1 \end{cases}$