Zadania maturalne z ciągów dla klasy III

1. W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są wyrazy: a_3 =4, a_6 =19. Wyznacz wszystkie wartości *n*, dla których wyrazy ciągu a_n są mniejsze od 200.
2. Rozwiąż równanie (2*x* +1) + (2*x* + 4) + (2*x* + 7) +...+ (2*x* + 28) =155 jeśli wiadomo, że składniki po lewej stronie są kolejnymi wyrazami pewnego ciągu arytmetycznego.
3. Liczby: 1, 3, *x* −11, w podanej kolejności, są pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Wyznacz x.
4. Trzeci wyraz ciągu geometrycznego jest równy 4, a czwarty wyraz tego ciągu jest równy (−2). Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.
5. Trzeci wyraz ciągu geometrycznego jest równy 4, a piąty wyraz tego ciągu jest równy 1. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.
6. Liczby *x* − 2, 3, *x* + 6 są w podanej kolejności pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz *x*.
7. Liczby −8 , 4 i *x* +1 (w podanej kolejności) są pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu geometrycznego. Oblicz *x.*
8. Ile wyrazów ujemnych ma ciąg a_n określony wzorem $a_n = n^2 - 2n - 24$ dla $n \geq 1$?
9. Wyrazami ciągu arytmetycznego a_n są kolejne liczby naturalne, które przy dzieleniu przez 5 dają resztę 2. Ponadto a_3 =12.Oblicz a_{15}.
10. Liczby *a*, *b*, *c* tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny. Suma tych liczb jest równa 93. Te same liczby, w podanej kolejności są pierwszym, drugim i siódmym wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz *a*, *b* i *c*.
11. Wyznacz wzór na *n* - ty wyraz ciągu arytmetycznego wiedząc, że suma pierwszych pięciu jego wyrazów jest równa 10, a wyrazy trzeci, piąty i trzynasty tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny.
12. Zbadaj monotoniczność ciągu arytmetycznego danego wzorem: $a_n = -\frac{1}{2}n + 8$.
13. Sprawdź czy ciąg $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$, $\frac{2\sqrt{3}+3}{3}$ jest geometryczny.
14. Oblicz pierwszy wyraz ciągu geometrycznego oraz jego iloraz, jeżeli mamy dane $a_2 + a_4 = 10$ oraz $a_3 - a_2 = 2$
15. Kasia przygotowując się do matury z matematyki rozwiązuje codziennie dodatkowe zadania. W pierwszym dniu rozwiązała 3 zadania, a w każdym kolejnym o 2 więcej niż w poprzednim. Po ilu dniach rozwiąże ona w sumie 120 zadań?
16. Zbadaj monotoniczność ciągu geometrycznego danego wzorem: $a_n = -\frac{1}{3} \cdot 4^n$.

17. Sprawdź czy ciąg $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$, $2+\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}+2$ jest geometryczny.

18. Oblicz pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego oraz jego różnicę, jeżeli mamy dane $a_1 + a_5 = 26$ oraz $a_2 \cdot a_4 = 160$.

19. Rolnik zasiał pole. W pierwszym dniu zasiał 4 ha, a w każdym kolejnym o 3 ha więcej niż w poprzednim. Po ilu dniach zasianych będzie w sumie 209 ha?

20. Zbadaj monotoniczność ciągu arytmetycznego danego wzorem: $a_n = -2n + \frac{1}{4}$

21. Czy ciąg o kolejnych wyrazach $\sqrt{2}-1$, 1, $\sqrt{2}+1$ jest geometryczny? Odpowiedź uzasadnij. Jeśli tak to podaj jego iloraz.

22. Wyznacz ciąg arytmetyczny a_n w którym $a_4 = 10$ oraz $a_6 = 14$.

23. Oblicz sumę 10 początkowych wyrazów ciągu geometrycznego a_n jeżeli $a_1 = \sqrt{3}$ oraz $a_3 = 2\sqrt{3}$.

24. Za 3 książki, których ceny tworzą ciąg geometryczny zapłacono 76 zł. Najdroższa książka kosztowała o 4 zł mniej niż dwie pozostałe razem. Ile kosztowała każda książka?

25. Zbadaj monotoniczność ciągu geometrycznego danego wzorem: $a_n = -2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$

26. Czy ciąg o kolejnych wyrazach $\frac{5}{6}$, $\sqrt{2}-\frac{1}{3}$, $2\sqrt{2}-\frac{3}{2}$ jest arytmetyczny? Odpowiedź uzasadnij. Jeśli tak to podaj jego różnicę.

27. Wyznacz ciąg geometryczny a_n w którym $a_2 = -40$ oraz $a_5 = 1280$.

28. Oblicz sumę 20 początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego a_n jeżeli $a_1 = 2$ oraz $a_7 = 20$.

29. Ciąg (4, *x*, *y*) jest ciągiem geometrycznym malejącym. Ciąg (*y*, *x* + 1, 5) jest ciągiem arytmetycznym. Wyznacz *x*.

30. Liczby *x*, *y*, 19 w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny, przy czym *x* + *y* = 8. Oblicz *x* i *y*.

31. Ciąg 9, *x*,19 jest arytmetyczny, a ciąg *x*, 42, *y*, *z* jest geometryczny. Oblicz *x*, *y* oraz *z*.