1. Liczbę $6{,}5 \cdot 10^{-7}$ można zapisać w postaci:
A. 0,00000065 B. 0,0000065 C. $0{,}65 \cdot 10^{-5}$ D. $65 \cdot 10^{-6}$.

2. Zmieszano 5 litrów soku po 3,50 zł za litr, 3 litry soku po 4,50 zł za litr i 2 litry soku po 4 zł za litr. Litr tej mieszanki kosztuje:
A. 12 zł B. 4 zł C. 3,90 zł D. 3,80 zł.

3. Po uproszczeniu wyrażenia $\frac{(a:a^3)^{-1}}{a^{-4}}$, gdzie $a \neq 0$, otrzymamy:
A. a^6 B. a^2 C. a^{-2} D. a^{-6}.

4. Liczba $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ jest:
A. równa $2-\sqrt{3}$ B. równa $\sqrt{3}+2$
C. mniejsza od $2-\sqrt{3}$ D. odwrotnością liczby $2+\sqrt{3}$.

5. Wyrażenie $\left(2\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$ jest równe:
A. $-\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{3}{2}$.

6. Jola wykonała obliczenia:
I. $\sqrt{1\frac{9}{16}} = 1\frac{1}{4}$ II. $\sqrt[3]{-0{,}2^6} = 0{,}04$ III. $\frac{2+4\sqrt{5}}{2} = 1+4\sqrt{5}$
Poprawne obliczenia są:
A. tylko w przykładach II i III B. tylko w przykładzie I
C. tylko w przykładach I i III D. we wszystkich przykładach.

7. Wyrażenie $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2}$ jest równe:
A. 2 B. $\sqrt[6]{2}$ C. $\sqrt[6]{2^5}$ D. $\sqrt[5]{2^6}$.

8. Wyrażenie: „pierwiastek kwadratowy z podwojonej sumy kwadratów liczb a i b" można zapisać symbolicznie w następujący sposób:
A. $\sqrt{2(a^2+b^2)}$ B. $\sqrt{2(a+b)^2}$ C. $2\sqrt{(a+b)^2}$ D. $2\sqrt{(a^2+b^2)}$.

9. Liczba $\log_3 \sqrt[3]{0,(3)}$ jest liczbą:
A. mniejszą od -2 B. całkowitą nieujemną
C. niewymierną D. wymierną ujemną.

10. Suma $\log_6 9 + \log_6 4$ jest równa:
A. -2 B. 2 C. 6 D. $-\frac{1}{2}$.

11. Przybliżenie liczby $10^{-0,8}$ jest równe 0,158489. Przybliżeniem dziesiętnym liczby $10^{0,2}$ z dokładnością do trzeciego miejsca po przecinku jest liczba:
A. 0,015 B. 3,170 C. 15,849 D. 1,585.

12. Średnia wieku trzech muzyków grających w czteroosobowym zespole muzycznym jest równa 20 lat, a średnia wieku wszystkich członków zespołu jest o 2 lata wyższa. Zatem czwarty muzyk ma:
A. 21 lat B. 22 lata C. 25 lat D. 28 lat.

13. Wyrażenie $x^2-(2x+3)^2$ po rozłożeniu na czynniki ma postać:
A. $3(3-x)(x+1)$ B. $-3(x+1)(x+3)$ C. $(3x-3)(3-x)$ D. $(x+3)(-3x+3)$.

14. Równanie $x^4 \cdot (x+7)^2 = 0$:
A. jest sprzeczne B. ma tylko jedno rozwiązanie
C. ma dwa rozwiązania D. jest tożsamościowe.

15. Rozwiązaniem równania $a^2x+4=0$ jest liczba (-1) wtedy i tylko wtedy, gdy:
A. $a=-4$ B. $a=2$ C. $a \in \{-2, 2\}$ D. $a \in \mathbf{R}-\{-2, 2\}$.

16. Dane są liczby: $a=(-2^2)^{-3}$, $b=[(-8)^2]^{\frac{1}{3}}$, $c=\left(\sqrt[3]{-8^2}\right)$. Wówczas prawdziwa jest podwójna nierówność:
A. $a \leq b \leq c$ B. $b \leq c \leq a$ C. $c \leq b \leq a$ D. $c \leq a \leq b$.

17. Dla każdej liczby naturalnej dodatniej n liczba $5^{n+2}-5^n+2^{n+2}-2^n$ jest wielokrotnością liczby:
a) 4 B. 5 C. 6 D. 7.

18. Kwadrat liczby x jest o 1 większy od kwadratu liczby x pomniejszonej o 1. Zatem:
A. $x=0$ B. $0<x<1$ C. $x=1$ D. $x>1$.

19. Zbiorem rozwiązań nierówności $(x-3)(x+2) \leq x(x+2)$ jest:
A. zbiór pusty B. przedział $\langle -2, +\infty)$
C. przedział $(-\infty, 3\rangle$ D. zbiór liczb rzeczywistych $\mathbf{R}$.

20. Po skróceniu ułamek $\frac{x^4-2x^2+1}{x^2-1}$, jeśli $x \in \mathbf{R}-\{-1, 1\}$, ma postać:
A. x^2-1 B. $x-1$ C. x^2+1 D. x^2-2x+1.

Zadania powtórzeniowe do rozdziału 3.

3.189. Rozwiąż równania:
a) $\left(8\frac{1}{6}\right)^3 : \left(8\frac{1}{6}\right)^2 \cdot x = \left(1\frac{1}{6}\right)^2$
b) $2^5 \cdot x + 2^7 \cdot x = 14^2 : 0{,}5 - 2^6 \cdot x$
c) $\left[\left(3\frac{1}{2}\right)^2 : 7^2\right]^2 \cdot x = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^0 - 5 \cdot (0{,}3)^2 \cdot (0{,}5)^{-1}\right]^2$
d) $\left(1\frac{3}{5}\right)^2 - \left(1\frac{3}{5}\right)^2 \cdot x = (4^3 : 5^3)^1 \cdot x$

3.190. Wykonaj działania:
a) $2(\sqrt[3]{64} - \sqrt{3^4}) \cdot (3\sqrt[3]{8} - 2\sqrt[5]{-1})$
b) $(3\sqrt{75} - 2\sqrt{12}) : (11\sqrt{3})$
c) $\left(0{,}25\sqrt[3]{27} - \frac{1}{3}\sqrt[4]{256}\right) \cdot \sqrt{4(-10)^4}$
d) $\frac{\sqrt{144} + 6\sqrt[3]{-343}}{18} \cdot (\sqrt[4]{81} \cdot 0{,}2\sqrt{50})$
e) $\left(\frac{\sqrt[4]{256}}{2} + \frac{\sqrt[3]{-216}}{6}\right) \cdot 2\sqrt{10\sqrt{4}}$
f) $2\sqrt{2} + 4\sqrt[4]{4} + 8\sqrt[6]{8}$
g) $\sqrt{250} + \sqrt[4]{10^2} - \sqrt[6]{64 \cdot 10^3}$
h) $3\sqrt[3]{5} + 6\sqrt[6]{25} + 9\sqrt[9]{-125}$

3.191. Rozwiąż równania:
a) $\sqrt[3]{4x} = \sqrt[9]{-64}$
b) $2x+3 = 6\sqrt[3]{5} + x \cdot \sqrt[3]{320}$
c) $7\sqrt[5]{-4} = -2\sqrt[5]{128x}$
d) $2x + \sqrt{2} = 1 - \sqrt{2}x$

3.192. Rozwiąż równanie: $2x+2 = \sqrt{3} - \sqrt{3}x$.
a) Przedstaw rozwiązanie równania w postaci $a+b\sqrt{c}$, gdzie a, b, c oznaczają liczby całkowite.
b) Podaj część całkowitą liczby, która jest rozwiązaniem tego równania.

3.193. Doprowadź do najprostszej postaci wyrażenia:
a) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1-16\sqrt{6}}{4}$
b) $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} + \frac{8\sqrt{42}+3}{2}$
c) $\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{5-2\sqrt{3}}{4}$
d) $\frac{4}{\sqrt{7}-2} - \frac{2}{\sqrt{7}+2} + \frac{1-2\sqrt{7}}{3}$

3.194. Oblicz:
a) $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}} - \sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^2$
b) $\left(\sqrt{\sqrt{2}-1} + \sqrt{\sqrt{2}+1}\right)^2$

3.195. Sprowadź wyrażenia do najprostszej postaci i oblicz ich wartość dla podanych obok wartości zmiennych:
a) $2(x-3y)^2 - 3(x-2y)(x+2y) + 12xy$; $x=3$, $y=-1$
b) $(2a-3b)^2 - (2a+b)(2a-b) - 4b(2b-3a) + a$; $a=2$, $b=\sqrt{2}$
c) $(2a-b)^2 - \left(\frac{1}{2}a-1\right)\left(\frac{1}{2}a+1\right) - (4a^2+b^2)$; $a=0{,}2$; $b=\frac{1}{4}$
d) $2(5x^2+4) + (2x-3)(2x+3) - 2(3x-1)^2 + 3(1-2x)^2$; $x=-\frac{1}{2}$

3.196. Rozwiąż równania:
a) $12 - 2(x-1)^2 = 4(x-2) - (x-3)(2x-5)$
b) $(3x-1)^2 - 5(2x+1)^2 + (6x-3)(2x+1) = (x-1)^2$
c) $5(x-1)^2 - 2(x+3)^2 = 3(x+2)^2 - 7(6x-1)$
d) $2x^2 + (x+5)^2 - 2(x+7)^2 = 2(3x-72{,}5) + (x-6)^2$

3.197. Wyznacz wartość parametru a tak, aby podana obok równania liczba była rozwiązaniem tego równania:
a) $(3x+1)(x+a) - 3(x-1)(x-a) = 4$; 0,5
b) $(x+a)^2 - (x-a)^2 = 40$; 2
c) $(2x-a)(2x+a) - (2x+a)^2 = 2$; -1
d) $(x-a)(x+a) - (x-a)^2 = 8$; 4

3.198. Rozwiąż nierówności:
a) $(3x-2)^2 - 5x - (3x+2)(3x-2) < (2-3x)^2 - 9x^2 + 4$
b) $2(x-3)^2 - \frac{1}{2} \geq \frac{(2x-3)(2x+3)}{2} - x$
c) $(x-3)^2 - \frac{x^2-3}{3} - 9 < \frac{(x-2)(x+2)}{6} + \frac{1}{2}x^2$
d) $1 - (3x-2)^2 \geq \frac{x-36}{3} - 9(x+1)(x-1)$

3.199. Sprowadź wyrażenie $[y^3:(y^2\cdot y^{-3})]^4:\left[\left(\frac{1}{y}\right)^4\cdot\frac{1}{y^{-2}}\right]^{-3}$, $y\neq 0$, do najprostszej postaci i oblicz jego wartość dla $y=\sqrt{2\sqrt{2}}$.

3.200. Porównaj liczby:

a) $x=81^{20}$ i $y=1024^8$

b) $x=128^{36}$ i $y=4^{125}$

c) $x=\left(\frac{1}{27}\right)^{-48}$ i $y=243^{28}$

d) $x=(2\sqrt{2})^{28}$ i $y=\left(\frac{\sqrt{8}}{64}\right)^{-6}$

3.201. Oblicz:

a) $\sqrt{9}\cdot[(1{,}5)^{-1}+9^{-1{,}5}]-27^{-\frac{2}{3}}$

b) $\left[\left(\frac{81}{625}\right)^{-0{,}75}:\left(1\frac{2}{3}\right)^3-(0{,}125)^{\frac{1}{3}}\right]^{-2}$

c) $\sqrt[3]{0{,}375}\cdot\sqrt[3]{9}+\left(3^{-1}-\sqrt[4]{\frac{16}{81}}\right)^{-2}$

d) $\left[\frac{125^{\frac{2}{3}}-(0{,}2)^{-1}}{(0{,}5)^{-2}}\cdot(0{,}2)^{-3}\right]^{\frac{3}{4}}$

3.202. Średni wiek uczestników szkolnego kółka teatralnego wynosi 11 lat. Najstarszy uczestnik ma 17 lat, a średni wiek pozostałych jest równy 10 lat. Ilu uczniów uczestniczy w zajęciach kółka teatralnego?

3.203. W pewnym mieście przez trzy kolejne lata badano zmianę liczby ludności. W pierwszym roku liczba ludności wzrosła o 4%, w drugim zmalała o 4%, a w trzecim się nie zmieniła. Ile wyniosła średnia, procentowa zmiana liczby ludności w ciągu tych trzech lat? Wynik podaj z dokładnością do drugiego miejsca po przecinku.

3.204. Oblicz wartość wyrażenia: $\frac{\log\sqrt{128}+\log 32^{\frac{1}{3}}}{\log(2\sqrt{2})}$.

3.205. Wiedząc, że $\log 12=a$ i $\log 2=b$, oblicz $\log 90$.

3.206. Wykaż, że $\log^2 2+\log^2 5+\log 4\cdot\log 5=1$.

3.207. Wykaż, że $5^{12}-1$ jest liczbą podzielną przez 31.

3.208. Wykaż, ze liczba $3^{16}-2^{16}$ jest podzielna przez 13.

3.209. Wykaż, że jeśli $n\in\mathbf{N}$, to liczba $3^{n+2}+5\cdot 3^{n+3}+5^{n+2}+7\cdot 5^n$ jest podzielna przez 16.

3.210. Wykaż, że jeśli $x^2+y^2=2$ i $x+y=1$, to $xy=-\frac{1}{2}$.

3.211. Wykaż, że jeśli $x^2+y^2=7$ oraz $xy=1$ i $x<0$, to $x+y=-3$.

3.212. Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b prawdziwa jest nierówność: $a^2+b^2+2\geq 2(a+b)$

3.213. Wykaż, że jeśli liczby rzeczywiste spełniają nierówności $a>b>c>0$, to $b^2+ac<b(a+c)$

3.214. Wykaż, że reszta z dzielenia przez 3 sumy kwadratów dwóch dowolnych liczb niepodzielnych przez 3 jest równa 2. Rozważ trzy przypadki.

3.215. Wykaż, że jeśli a jest liczbą niewymierną, to liczba $2a+0{,}5$ też jest liczbą niewymierną.

Test sprawdzający do rozdziału 3.

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Odpowiedź	A	C	A	B	C	B	C	A	D	B
Nr zadania	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Odpowiedź	D	D	B	C	C	D	C	C	B	A

Zadania powtórzeniowe do rozdziału 3.

3.189. a) $x=\frac{1}{6}$ b) $x=1\frac{3}{4}$ c) $x=\frac{1}{25}$ d) $x=\frac{5}{6}$

3.190. a) -80 b) 1 c) $-116\frac{2}{3}$ d) $-5\sqrt{2}$ e) $4\sqrt{5}$ f) $14\sqrt{2}$ g) $4\sqrt{10}$ h) 0

3.191. a) $x=-1$ b) $x=-1{,}5$ c) $1\frac{3}{4}$ d) $x=\frac{4-3\sqrt{2}}{2}$

3.192. a) $-7+4\sqrt{3}$ b) -1

3.193. a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{11}{4}$ d) $\frac{13}{3}$

3.194. a) 2 b) $2(1+\sqrt{2})$

3.195. a) $30y^2-x^2$; 21 b) $2b^2+a$; 6 c) $-\frac{1}{4}a^2-4ab+1$; $\frac{79}{100}$ d) $8x^2$; 2

3.196. a) 3 b) $-\frac{1}{2}$ c) 4 d) 3

3.197. a) 2 b) 5 c) 1 d) 2

3.198. a) $x\in(0,+\infty)$ b) $x\in(-\infty,2\rangle$ c) $x\in\left(\frac{5}{18},+\infty\right)$ d) $x\in\langle 0,+\infty)$

3.199. y^{10}; $128\sqrt{2}$

3.200. w każdym przypadku $x>y$

3.201. a) 2 b) 4 c) $10\frac{1}{2}$ d) 125

3.202. 7

3.203. średnio liczba ludności malała o 0,05%

3.204. $3\frac{4}{9}$

3.205. $2a-4b+1$