Zadania z wielomianów i ułamków algebraicznych
(poziom podstawowy)

Zadanie 1: Wyznacz współczynnik *a* wielomianu $W(x) = -x^4 - 2x^3 + ax + 3$ jeśli $W(-2) = -1$

Zadanie 2: Dane są wielomiany $W(x) = -3x^3 + 2x^2 + 5x - 1$, $P(x) = 2x^2 + 3x$, $G(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 7$

Wykonaj działania:

a) $W(x) + G(x)$
b) $W(x) \cdot P(x)$
c) $2P(x) - 3G(x)$
d) $P(3x) - 4W(x)$
e) $W(x) - [G(x) - 2P(x)]$

Zadanie 3: Rozłóż wielomiany na czynniki:

a) $W(x) = 4x^5 - 2x^4 + 6x^3$
b) $W(x) = 6x^3 - 12x^2 + 18x$
c) $W(x) = 9x^2 - 30x + 25$
d) $W(x) = x^2 - 10x + 25$
e) $W(x) = 9x^2 - 16$
f) $W(x) = 7x^3 + 2x^2 - 21x - 6$
g) $W(x) = -9x^3 - 18x^2 + x + 2$
h) $W(x) = 8x^5 - 32x^3 - x^2 + 4$

Zadanie 4: Rozwiąż równania:

a) $(2x - 1)(x + 4)(3x - 9) = 0$
b) $(x^2 - 4)(x + 2)(x^3 - 8) = 0$
c) $(x^2 + 9)^5(x - 3)(x^3 + 27)^6 = 0$
d) $x^3 - 4x^2 + 8x = 0$
e) $2x^6 - 4x^5 + 2x^4 = 0$
f) $x^3 + 4x^2 - 2x - 8 = 0$
g) $3x^3 + 5x^2 - 12x - 20 = 0$
h) $2x^5 + 3x^4 - 2x - 3 = 0$
i) $x^8 + x^4 - 2 = 0$
j) $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$

Zadanie 5: Wyznacz dziedzinę wyrażenia wymiernego:

a) $\frac{4x-2}{x^3-3x^2}$
b) $\frac{x^5-7x}{x^2+5x+6}$
c) $\frac{x+1}{x^3-9x^2-x+9}$
d) $\frac{x^3+2}{x^3-27}$

Zadanie 6: Oblicz wartość wyrażenia wymiernego dla podanej obok liczby:

a) $F(x) = \frac{2}{x^4-3x}$ gdy $x = -2$
b) $G(x) = \frac{x+4}{x^3-x+1}$ gdy $x = -1$
c) $H(x) = \frac{x}{x^2-x}$ gdy $x = \sqrt{3} + 1$

Zadanie 7: Skróć ułamki, podając konieczne założenia:

a) $\frac{x^2-4}{3x+6}$
b) $\frac{x^3-27}{2x^2-6x}$
c) $\frac{2x^2-3x-9}{4x^2-11x-3}$
d) $\frac{6x^2+13x-5}{9x^2+3x-2}$
e) $\frac{2x^7-2x^3}{x^6+x^4}$
f) $\frac{x^3+3x^2-25x-75}{x^2+8x+15}$

Zadanie 8: Wykonaj działania, wyznacz dziedzinę wyrażenia:

a) $\frac{x+1}{x-5}+\frac{2}{3x+1}$

b) $\frac{2x+4}{x+1}-\frac{2x}{x-8}$

c) $\frac{x+5}{9x^2-6x+1}+\frac{1}{3x-1}$

d) $\frac{x-1}{2x+3}-\frac{x+1}{3-2x}+\frac{x^2-4}{4x^2-9}$

e) $\frac{x-2}{x^2-4x}+\frac{x^2-1}{x^2-8x+16}-\frac{1}{2x}$

Zadanie 9: Wykonaj działania, wyznacz dziedzinę wyrażenia:

a) $\frac{3x^2-3}{x^2-4x-5}\cdot\frac{7x-35}{2x-2}$

b) $\frac{5x^2+7x+2}{x^2+2x+1}\cdot\frac{3x^2+2x-1}{25x^2-4}$

c) $\frac{2x^3+6x^2+x+3}{4x^2+11x-3}\cdot\frac{3x^2+2x-1}{2x^3+2x^2+x+1}$

d) $\frac{2x^2+6x}{x^2+4x+4}:\frac{x^2+6x+9}{x^2-4}$

e) $\frac{x^3-5x^2+2x-10}{x^2+x-30}:\frac{x^3+2x}{x+6}$

Zadanie 10: Rozwiąż równania:

a) $\frac{x+1}{x-5}=\frac{x-2}{x+1}$

b) $\frac{2x+3}{4x-5}=\frac{4x+5}{8x-7}$

c) $\frac{x^2+5}{3x^2-6x}=0$

d) $\frac{(x^2-5)(x+6)}{x^2+6x}=0$

e) $\frac{x}{2x-3}+\frac{1}{3-2x}=2x-2$

f) $\frac{2}{x-3}+\frac{4x}{x+2}=\frac{1}{3}$

g) $\frac{x^3-2x^2-5x+10}{2x-10}=0$

h) $\frac{x}{x+3}+\frac{1}{x+2}=\frac{x+6}{x^2+5x+6}$

i) $\frac{x+1}{x-3}+\frac{x-2}{x+1}=\frac{x^2+x+12}{x^2-2x-3}$

j) $\frac{x+9}{x^2+x-12}-\frac{x+5}{x^2-x-6}=\frac{x-1}{x^2-9}$

Zadanie 11: Wyznacz liczbę *a* wiedząc, że rozwiązaniem równania $\frac{x-a}{2ax+1}=4$ jest liczba 3.

Zadanie 12: Narysuj wykres funkcji, a następnie na podstawie wykresu omów własności funkcji:

a) $f(x)=\frac{3}{x-2}$

b) $f(x)=-\frac{1}{x}+8$

c) $f(x)=\frac{3}{x-10}-1$

Zadanie 13: Brygada 16 robotników na wykonanie pewnej liczby części samochodowych potrzebuje 8 godzin i 15 minut. Ile czasu potrzeba na wykonanie tej samej pracy brygadzie 12 robotników, przy założeniu, że wydajność pracy każdego robotnika się nie zmieni?

Zadanie 14: Zapas żywności w stołówce szkolnej dla 60 osób wystarczy na 5 dni. Na ile dni wystarczyłoby tej żywności, jeśli liczba osób stołujących się w szkole wzrosłaby o 40 osób? (Zakładamy, że racje żywnościowe nie ulegną zmianie)?

Zadanie 15: Robotnik A może wykonać pewną pracę w czasie o 6 dni krótszym od robotnika B. gdyby pracowali razem, to wykonaliby tę pracę w ciągu 4 dni. Oblicz ile dni potrzebowałby każdy z robotników, gdyby pracował indywidualnie. (Odp. 12h, 6h)

Zadanie 16: Czas napełniania wanny jest o godzinę krótszy od czasu jej opróżniania. Jeżeli odkręcimy kran i otworzymy odpływ, to pusta wanna zostanie napełniona wodą w ciągu 12 godzin . Oblicz w ciągu ilu godzin jesteśmy w stanie napełnić wannę, gdy zamkniemy odpływ. (Odp. 3h)

Zadanie 17: Ojciec i syn zbierają w sadzie jabłka do skrzynek, które wkładają do samochodu dostawczego. Pracując jednocześnie, mogą załadować cały samochód w ciągu 6 godzin. Gdyby ojciec pracował sam, to załadowałby cały samochód w czasie o 5 godzin krótszym niż czas, w którym samodzielnie zrobiłby to syn. Oblicz, w jakim czasie ojciec załadowałby cały samochód, gdyby pracował sam. (Odp.10 h)

Zadanie 18: Pierwsza koparka wykonała połowę wykopu w ciągu 6 godzin, resztę wykopu wykonała druga koparka w ciągu 9 godzin. Ile czasu zajęłoby wykonanie wykopu, gdyby obie koparki pracowały jednocześnie? (Odp. 7 h 12 min)

Zadanie 19: Pompa o większej wydajności opróżnia pełny zbiornik w ciągu 8 godzin. Pompa o mniejszej wydajności opróżnia go w czasie trzy razy dłuższym, niż trwa opróżnianie zbiornika przez obie pompy pracujące jednocześnie. Ile czasu opróżnia zbiornik pompa o mniejszej wydajności? (Odp. 16 h)

Zadanie 20: Artur potrzebuje 10 godzin na pomalowanie pokoju, a Darek zrobiłby to w ciągu 6 godzin. Ile czasu zajęłoby im pomalowanie pokoju, gdyby pracowali razem? (Odp. 3 h 45 min)