Zadania z trygonometrii

(poziom rozszerzony)

Zadanie 1: Wyznacz pozostałe wartości funkcji trygonometrycznych, jeśli $\alpha \in < 0, 2\pi >$ oraz:

a) $sin\alpha = \frac{12}{13}$

b) $cos\alpha = -\frac{4}{5}$

c) $tg\alpha = 1\frac{7}{8}$

d) $ctg\alpha = -0{,}75$

Zadanie 2: Wyznacz pozostałe wartości funkcji trygonometrycznych, jeśli:

a) $sin\alpha = \frac{2}{3} \quad oraz \quad \alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$

b) $cos\alpha = -\frac{3}{4} \quad oraz \quad \alpha \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$

c) $tg\alpha = 1 \quad oraz \quad \alpha \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$

d) $ctg\alpha = -3 \quad oraz \quad \alpha \in (\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$

Zadanie 3: Oblicz wartość wyrażenia:

a) $cos\frac{7\pi}{4} + sin\frac{5\pi}{6} - tg\frac{\pi}{4}$

b) $sin\frac{5\pi}{3} \cdot tg(-\frac{2\pi}{6}) - 8ctg\frac{\pi}{2}$

c) $5cos\frac{4\pi}{3} + 2sin\frac{11\pi}{6} + 10\cos(-\frac{3\pi}{4})$

d) $ctg(-\frac{3\pi}{4}) + 8tg\frac{7\pi}{4} - sin\pi$

Zadanie 4: Zbadaj parzystość, nieparzystość funkcji:

a) $f(x) = x \cdot sinx$

b) $f(x) = tgx \cdot sinx$

c) $f(x) = \frac{sinx}{2+sin^2x}$

d) $f(x) = \frac{cosx}{7+cosx}$

Zadanie 5: Wyznacz zbiór wartości funkcji:

a) $f(x) = 3sinx + 2$

b) $f(x) = -2cosx - 1$

c) $f(x) = tg^2x - 3$

d) $f(x) = |8sinx| - 5$

e) $f(x) = 2|cosx| - 3$

Zadanie 6: Wyznacz okres podstawowy funkcji:

a) $f(x) = sin3x - 1$

b) $f(x) = 3cos\frac{x}{3} + 2$

c) $f(x) = tg4\pi x$

d) $f(x) = 2ctg\frac{x}{5} + 3$

Zadanie 7: Narysuj wykres funkcji, a następnie podaj dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności oraz miejsca zerowe:

e) $f(x) = sinx$
f) $f(x) = cosx$
g) $f(x) = tgx$

Zadanie 8: Naszkicuj wykresy funkcji:

a) $f(x) = sinx + 2$
b) $f(x) = \frac{1}{2}cosx$
c) $f(x) = 2 - tgx$
d) $f(x) = tg|x| + 1$
e) $f(x) = cos2x$
f) $f(x) = |sinx| + 3$
g) $f(x) = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1$
h) $f(x) = \sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right)$

Zadanie 9: Rozwiąż równania trygonometryczne:

a) $sinx = \frac{\sqrt{3}}{2}$
b) $cosx = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
c) $tgx = -1$
d) $|2cosx| = 1$
e) $|3tgx| = \sqrt{3}$
f) $2sin^2x = 1$
g) $4cos^2x - 3 = 0$

Zadanie 10: Wyznacz wartości parametru *m*, dla których dane równanie ma rozwiązania:

a) $sinx = 2m - 9$
b) $4cosx + m = 1$
c) $|cosx| = -3m^2 - 4m$
d) $sin^2x - 9 = m^2 - 6m$

Zadanie 11: Sprawdź czy prawdziwe są następujące tożsamości:

a) $\frac{sin2\propto}{1+cos2\propto} = tg \propto$
b) $\frac{tg\propto}{tg2\propto - tg\propto} = cos2 \propto$
c) $\frac{1+cos\propto}{sin\propto} = ctg\frac{\propto}{2}$
d) $\frac{sin2\propto}{1+cos2\propto} = tg \propto$

Zadanie 12: Wiedząc, że $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$ oraz $sin\alpha = \frac{1}{3}$ oraz $sin\beta = \frac{1}{2}$, oblicz:

a) $\sin(\alpha + \beta)$
b) $\sin(\alpha - \beta)$

c) $\cos(\alpha+\beta)$

d) $\cos(\alpha-\beta)$

Zadanie 13: Wiadomo, że $cos36° = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$. Wykaż, że:

a) $cos18° = \frac{\sqrt{2\sqrt{5}+10}}{4}$

b) $sin18° = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

Zadanie 14: Oblicz:

a) $sin\frac{7\pi}{12}$

b) $cos\frac{11\pi}{12}$

Zadanie 15: Rozwiąż równanie:

a) $\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $tg(2x-\frac{\pi}{4}) = 1$

c) $tg^2x + tgx = \sqrt{3}tgx + \sqrt{3}$

d) $2sinxcosx - 2sinx + cosx = 1$

e) $2sin^3x - 3sinxcosx = 0$

f) $4sin^4x - 5cos^2x - 1 = 0$

Zadanie 16: Rozwiąż nierówności:

a) $\cos 3x > \frac{1}{2}$

b) $tg(2x-\frac{\pi}{3}) \leq \sqrt{3}$

c) $\sin\left(\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{4}\right) < \frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $2cos\frac{\pi x}{2} < \sqrt{2}$

Zadanie 17: Rozwiąż nierówności w zadanym przedziale:

a) $\sin\frac{x}{2} \geq \frac{1}{2}$ gdy $x \in <0,\pi>$

b) $\cos 2x < \frac{1}{2}$ gdy $x \in <0,\pi>$

c) $tg\left(x-\frac{\pi}{3}\right) \leq 1$ gdy $x \in <0,\pi>$

d) $\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right) < \frac{1}{2}$ gdy $x \in <0,2\pi>$