# Zadania z potęg, funkcji wykładniczej, logarytmów

## (poziom podstawowy)

Zadanie 1: Oblicz:

a) $\sqrt{147^2 \cdot 6^2 + 147^2 \cdot 8^2}$

b) $\sqrt{113^2 - 112^2} - \sqrt{89^2 - 80^2}$

Zadanie 2: Jakim procentem liczby x jest liczba y, jeśli $x = \frac{27^9+81^7}{9^{13}}$ oraz $y = \frac{8^{16}+4^{25}}{5 \cdot 16^{12}}$

Zadanie 3: Przedstaw w postaci jednej potęgi:

a) $\frac{125^3 \cdot (\frac{1}{5})^4}{25^3 \cdot \sqrt{5}}$

b) $\frac{64^{-2} \cdot \sqrt{2}}{4^6 : 2^3}$

Zadanie 4: Zamień na potęgę:

a) $\sqrt{4\sqrt[3]{2}}$

b) $\sqrt{125\sqrt[7]{5}}$

Zadanie 5: Oblicz:

a) $\sqrt{9} \cdot [(1{,}5)^{-1} + 9^{-1{,}5}] - 27^{-\frac{2}{3}}$

b) $\frac{\left(6-11^{\frac{1}{2}}\right)\left(6+11^{\frac{1}{2}}\right)}{(\sqrt{6-\sqrt{11}}-\sqrt{6+\sqrt{11}})^2}$

Zadanie 6: Wykaż, że:

a) $\sqrt{13 - 4\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} - 1$

b) $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = -1$

Zadanie 7: Naszkicuj wykres funkcji wykładniczej i omów jej własności:

a) $f(x) = 2^x$

b) $f(x) = (\frac{1}{3})^x$

c) $f(x) = 2^{x-4} - 2$

d) $f(x) = 4^{-x+1}$

e) $f(x) = 3^{-x} + 3$

Zadanie 8: Napisz wzór funkcji wykładniczej $g(x)$ powstałej z $f(x) = 8^x$ w wyniku przekształcenia:

a) Przesunięcie o wektor $\vec{u} = [2{,}0]$

b) Przesunięcie o wektor $\vec{u} = [0, -4]$

c) Przesunięcie o wektor $\vec{u} = [-4, -1]$

d) Symetria względem osi OX

e) Symetria względem osi OY

f) Symetria względem początku układu współrzędnych

Zadanie 9: Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = 2^x$, a następnie naszkicuj wykres funkcji *g*, wiedząc, że $g(x) = f(-x) - 4$.

a) Napisz wzór funkcji *g*

b) Oblicz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji *g* i osi OY

c) Sprawdź czy liczba -2 jest miejscem zerowym funkcji *g*

d) Odczytaj z wykresu zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja *g* przyjmuje wartości ujemne

Zadanie 10: Rozwiąż równania, bądź nierówności:

a) $(\frac{5}{8})^{x+2} = 1$

b) $(\frac{2}{3})^{x^2-3x} = (\frac{9}{4})^{x-3}$

c) $(2\sqrt{2})^{x+1} = \frac{1}{4^{-x+2}}$

d) $2^{x^3+x^2} = 32^{x+1}$

e) $(7\sqrt{7})^{4x+2} = (\frac{49}{\sqrt[3]{7}})^{3x-6}$

f) $2^{x+2} - 2^{x-1} = 14$

g) $3^{x+1} - 3^x - 3^{x-1} = 15$

h) $\frac{9^x}{27} < 27^{x+8}$

i) $0{,}5^{x^2-9x+17{,}5} \leq \frac{8}{\sqrt{2}}$

j) $2^{x+5} + 2^{x+4} + 5 \cdot 2^{x+2} > 34$

Zadanie 11: Oblicz:

a) $log_{\frac{1}{4}}4$

b) $log_{25}5$

c) $log_2\frac{1}{64}$

d) $log_{0,27}1$

e) $log_{\sqrt{5}}5$

f) $log\sqrt[3]{10}$

g) $log\frac{\sqrt[4]{1000}}{10}$

h) $log_{0,2}625$

i) $log_{\frac{1}{9}}3\sqrt{3}$

j) $log_2 log_5\sqrt[4]{5}$

k) $log_{\sqrt{6}} log_{\sqrt{3}}27$

Zadanie 12: Oblicz stosując własności działań na logarytmach:

a) $3^{log_3 5} + log_5 25^3$

b) $27^{log_3 2} - log_{27}1$

c) $64^{log_2\sqrt{3}} + log_{\sqrt{3}}(\sqrt{3})^3$

d) $\frac{log_4 81}{log_4 3}$

e) $\frac{log_7 5}{log_7 125}$

f) $2^{4+log_2 5}$

g) $5^{3+log_{25}2}$

h) $6^{2-log_{\sqrt{6}}3}$

i) $log_2 12 - \frac{log_2 144}{log_2 4}$

j) $log_5 150 + \frac{log_5 30}{log_5\frac{1}{5}}$

k) $2log_6 12 - 2log_6 2$

l) $log_2 8 - log_2 5 + log_2 10 - 3log_2 2$

Zadanie 13: Wyznacz liczbę *x,* podając odpowiednie założenia*:*

a) $log_{\sqrt{2}}x = 3$

b) $log_{125}x = \frac{4}{3}$

c) $log_{\sqrt{3}}x = -\frac{1}{2}$

d) $log_x 5 = -\frac{1}{3}$

e) $log_x 9 = 2$

f) $log_x\frac{1}{16} = -\frac{4}{5}$

Zadanie 14: Oblicz:

a) $log_3 6 \cdot log_6 9$

b) $log_{16}11 \cdot log_{11}4$

c) $2log_3 2 \cdot log_4\sqrt{3}$

Zadanie 15: Oblicz:

a) Jeśli $log_a b = 5$ wyznacz $log_{a^3} b^2$
b) Jeśli $log_2 3 = a$ wyznacz $log_8 9$
c) Jeśli $log_5 2 = m$ wyznacz $log_4 25$

Zadanie 16: Rozwiąż równanie:

a) $log_2(x+4) = 3$
b) $log_2(x-7) = 4$
c) $log_x(2x-1) = 2$