4.7. Punkty C i D dzielą odcinek AB na takie trzy odcinki AC, CD i DB, dla których $|AC| : |CD| : |DB| = 5 : 8 : 3$. Wiedząc, że $|CD| = 32$ cm, oblicz długość odcinka AB i DB.

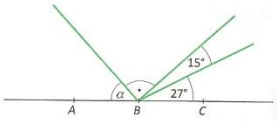
4.8. Punkt C należy do odcinka AB. Środkiem odcinka AC jest punkt D, a środkiem odcinka BC jest punkt E. Oblicz długość odcinka AB, wiedząc, że $|DE| = 11$ cm.

4.9. Punkty A, B, C, D należą do jednej prostej i są położone jak na rysunku poniżej. Wiedząc, że $|AD| = 12$ cm, $|AC| = 6$ cm i $|BD| = 8$ cm, oblicz długości odcinków AB, BC, CD.

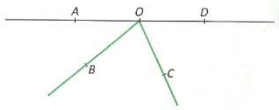
4.19. Miara $\sphericalangle AOB$ wynosi: a) 67°, b) 179°, c) 20°35′, d) 121°11′. Oblicz miarę kąta przyległego do $\sphericalangle AOB$.

4.20. Miara $\sphericalangle AOB$ wynosi: a) α, b) $60° - \alpha$, c) $45° + \alpha$, d) $70° - 2\alpha$. Oblicz miarę kąta przyległego do $\sphericalangle AOB$.

4.21. Oblicz α, wiedząc, że punkty A, B, C są współliniowe.

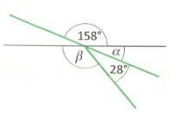


4.22. Wiedząc, że $|\sphericalangle AOC| = 115°$, $|\sphericalangle DOB| = 140°$, oblicz $|\sphericalangle AOB|$, $|\sphericalangle BOC|$ i $|\sphericalangle COD|$.

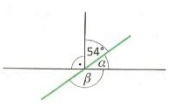


4.23. Oblicz α i β:

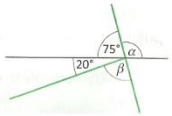
a)



b)



c)

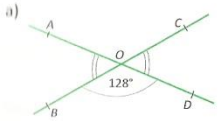


4.24. Kąt AOB jest pięć razy większy od kąta do niego przyległego. Oblicz miary tych kątów.

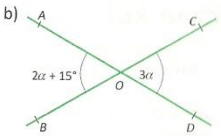
4.25. Różnica miar dwóch kątów przyległych wynosi 21°. Wyznacz miary tych kątów.

4.26. Oblicz miary kątów wierzchołkowych: $\sphericalangle AOB$ i $\sphericalangle COD$.

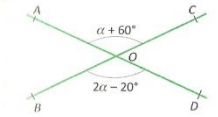
a)



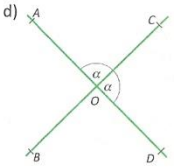
b)



c)



d)



4.27. Jeden z kątów wierzchołkowych jest o 144° mniejszy od sumy dwóch kątów przyległych do drugiego z nich. Wyznacz miarę tych kątów wierzchołkowych.

4.37. Odległość między dwiema prostymi równoległymi k i l jest równa 7 cm. Punkt A leży w odległości 4 cm od prostej k. Jaka jest odległość punktu A od prostej l? Rozważ dwa przypadki.

4.38. Dany jest odcinek AB oraz punkty: C_1, C_2, C_3, C_4 i C_5 spełniające następujące warunki:

a) $|C_1A| = \frac{20}{9}$ i $|C_1B| = 2\frac{2}{9}$

b) $|C_2A| = \frac{3}{2}$ i $|C_2B| = 1,(5)$

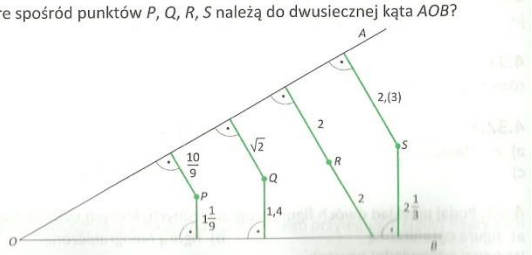
c) $|C_3A| = \sqrt{6}$ i $|C_3B| = 2\sqrt{3}$

d) $|C_4A| = 2\sqrt{2}$ i $|C_4B| = \sqrt{8}$

*e) $|C_5A| = \sqrt{3} - 1$ i $|C_5B| = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$

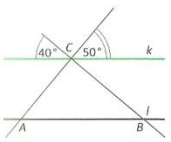
Które z punktów C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 należą do symetralnej odcinka AB?

4.39. Które spośród punktów P, Q, R, S należą do dwusiecznej kąta AOB?

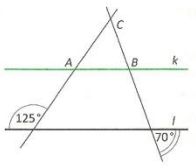


4.41. Wyznacz miary kątów trójkąta ABC, korzystając z danych na rysunkach oraz wiedząc, że $k \parallel l$:

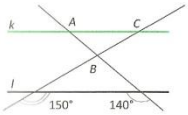
a)



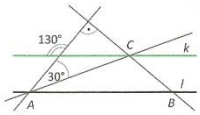
b)



c)



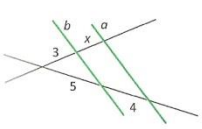
d)



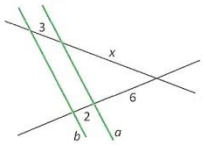
4.42. Z punktu leżącego na zewnątrz kąta ABC o mierze 41° poprowadzono dwie proste: jedną równoległą do BC, a drugą prostopadłą do AB. Wyznacz miarę kąta między tymi prostymi.

4.52. Na rysunkach poniżej proste a i b są równoległe. Oblicz x.

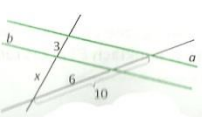
a)



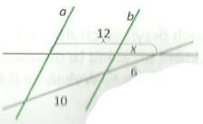
b)



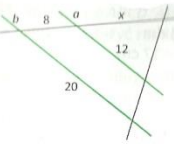
c)



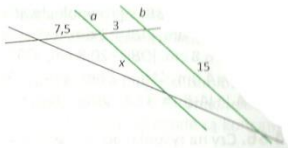
d)



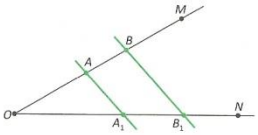
e)



f)



4.53. Ramiona kąta MON przecięto prostymi równoległymi AA_1 i BB_1, jak na rysunku poniżej:



Oblicz:

a) $|AB|$, jeśli $|OA| = 17$ cm, $|OA_1| = 2$ dm, $|OB_1| = 49$ cm

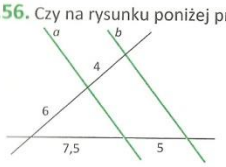
b) $|OA|$, jeśli $|OB| = 10,5$ cm, $|OA_1| = 38$ mm, $|A_1B_1| = 0,95$ dm

c) $|OB_1|$, jeśli $|OA| = 16$ cm, $|AB| = 4,8$ dm, $|A_1B_1| = 0,4$ m

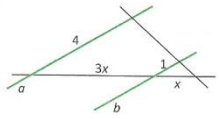
d) $|A_1B_1|$, jeśli $|OA| = 6,3$ cm, $|AB| = 8,7$ cm, $|OB_1| = 22,5$ cm.

4.56. Czy na rysunku poniżej proste a i b są równoległe? Odpowiedź uzasadnij.

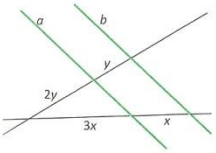
a)



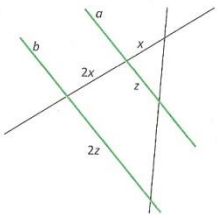
b)



c)



d)



4.68. Wyraź w procentach (z dokładnością do 1%), jaką część okręgu stanowi łuk okręgu o promieniu r, jeśli długość łuku jest równa l:

a) $r = 3$ cm, $l = \pi$ cm

b) $r = 5$ cm, $l = 20$ cm

c) $r = \pi$ cm, $l = \pi^2$ cm

d) $r = 0,25\pi$ dm, $l = 6$ cm

e) $r = \sqrt{3}$ dm, $l = \sqrt{12}\pi$ dm

f) $r = 0,4$ m, $l = \sqrt{5}\pi$ dm

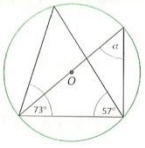
4.72. Dwa okręgi są styczne zewnętrznie. Odległość między ich środkami wynosi 12 cm. Wyznacz promienie tych okręgów, wiedząc, że:
a) jeden z nich jest o 2 cm dłuższy od drugiego
b) jeden z nich jest trzy razy dłuższy od drugiego.

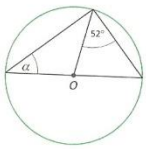
4.73. Dwa okręgi są styczne wewnętrznie. Odległość między ich środkami wynosi 3 cm. Wyznacz promienie tych okręgów, wiedząc, że:
a) jeden z promieni jest dwa razy krótszy od drugiego
b) suma długości ich promieni jest równa 17 cm.

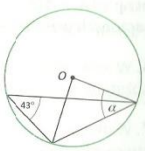
4.74. Promienie dwóch okręgów o_1 i o_2 są równe odpowiednio: r_1 i r_2. Gdyby te okręgi były styczne zewnętrznie, to odległość między ich środkami wynosiłaby 15 cm; a gdyby te okręgi były styczne wewnętrznie, to odległość między ich środkami byłaby równa 3 cm. Oblicz promienie tych okręgów.

4.75. Dane są takie dwa okręgi $o(A, r_1)$, $o(B, r_2)$, że:
a) $r_1 = 2$, $r_2 = 3$, $|AB| = k$
b) $r_1 = k$, $r_2 = k - 1$, $|AB| = 5$
c) $r_1 = 3$, $r_2 = 2k$, $|AB| = 4$
d) $r_1 = 5 - k$, $r_2 = k + 1$, $|AB| = 2$.
Określ położenie okręgów, w zależności od parametru k.

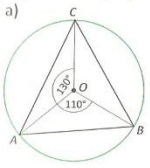
4.79. Dany jest okrąg o środku w punkcie O. Korzystając z danych na rysunku, wyznacz miarę kąta α.

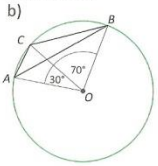
a)


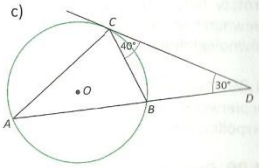
b)


c)


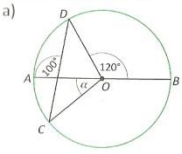
4.80. Dany jest okrąg o środku w punkcie O. Korzystając z danych na rysunku, wyznacz miary kątów trójkąta ABC.

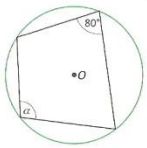
a)


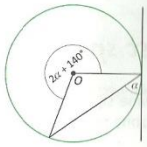
b)


c)


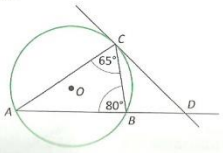
4.81. Dany jest okrąg o środku w punkcie O. Korzystając z danych na rysunku, oblicz α.

a)


b)


c)


4.82. Prosta CD jest styczna do okręgu w punkcie C. Wykorzystując dane z rysunku poniżej, oblicz miarę $\sphericalangle ADC$.



4.83. Punkty A, B, C dzielą okrąg na trzy łuki, których stosunek długości wynosi 5 : 6 : 7. Oblicz miary kątów trójkąta ABC.

4.7. $|AB| = 64$ cm, $|DB| = 12$ cm
4.8. 22 cm
4.9. $|AB| = 4$ cm, $|BC| = 2$ cm, $|CD| = 6$ cm
4.19. a) 113° b) 1° c) 159°25′ d) 58°49′
4.20. a) $180° - \alpha$ b) $120° + \alpha$ c) $135° - \alpha$ d) $110° + 2\alpha$
4.21. $\alpha = 48°$
4.22. $|\sphericalangle AOB| = 40°$, $|\sphericalangle BOC| = 75°$, $|\sphericalangle COD| = 65°$
4.23. a) $\alpha = 22°$, $\beta = 130°$ b) $\alpha = 36°$, $\beta = 144°$ c) $\alpha = 105°$, $\beta = 85°$
4.24. 150°, 30°
4.25. 100°30′, 79°30′
4.26. a) 52° b) 45° c) 40° d) 90°
4.27. 72°
4.37. 3 cm lub 11 cm
4.38. punkty C_1, C_4, C_5
4.39. punkty P, S
4.41. a) $|\sphericalangle A| = 50°$, $|\sphericalangle B| = 40°$, $|\sphericalangle C| = 90°$ b) $|\sphericalangle A| = 55°$, $|\sphericalangle B| = 70°$, $|\sphericalangle C| = 55°$
c) $|\sphericalangle A| = 40°$, $|\sphericalangle B| = 110°$, $|\sphericalangle C| = 30°$ d) $|\sphericalangle A| = 20°$, $|\sphericalangle B| = 40°$, $|\sphericalangle C| = 120°$
4.42. 49°, 131°
4.52. a) $x = 2{,}4$ b) $x = 9$ c) $x = 4{,}5$ d) $x = 4{,}5$ e) $x = 12$ f) $x = 10\frac{5}{7}$
4.53. a) 24,65 cm b) 3 cm c) $53\frac{1}{3}$ cm d) 13,05 cm
4.56. a) tak b) tak c) nie d) nie
4.68. a) 17% b) 64% c) 50% d) 12% e) 100% f) 28%

4.72. a) 5 cm, 7 cm b) 3 cm, 9 cm
4.73. a) 3 cm, 6 cm b) 7 cm, 10 cm
4.74. 6 cm, 9 cm
4.75. a) $|AB| \geq 0$; stąd $k \in \langle 0, +\infty)$; jeśli $k \in \langle 0, 1)$, to okręgi są rozłączne wewnętrznie; jeśli $k = 1$, to okręgi są styczne wewnętrznie; jeśli $k \in (1, 5)$, to okręgi się przecinają; jeśli $k = 5$, to okręgi są styczne zewnętrznie; jeśli $k \in (5, +\infty)$, to okręgi są rozłączne zewnętrznie
b) $r_1 > 0$ i $r_2 > 0$, stąd $k \in (1, +\infty)$; jeśli $k \in (1, 3)$, to okręgi są rozłączne zewnętrznie; jeśli $k = 3$, to okręgi są styczne zewnętrznie; jeśli $k \in (3, +\infty)$, to okręgi się przecinają
c) $r_2 > 0$, stąd $k \in (0, +\infty)$; jeśli $k \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$, to okręgi są rozłączne zewnętrznie; jeśli $k = \frac{1}{2}$, to okręgi są styczne zewnętrznie; jeśli $k \in \left(\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2}\right)$, to okręgi się przecinają; jeśli $k = 3\frac{1}{2}$, to okręgi są styczne wewnętrznie; jeśli $k \in \left(3\frac{1}{2}, +\infty\right)$, to okręgi są rozłączne wewnętrznie
d) $r_1 > 0$ i $r_2 < 0$, stąd $k \in (-1, 5)$; jeśli $k \in \{1, 3\}$, to okręgi są styczne wewnętrznie; jeśli $k \in (-1, 1) \cup (3, 5)$, to okręgi są rozłączne wewnętrznie; jeśli $k \in (1, 3)$, to okręgi się przecinają
4.79. a) $\alpha = 50°$ b) $\alpha = 38°$ c) $\alpha = 47°$
4.80. a) 60°, 65°, 55° b) 35°, 15°, 130° c) 40°, 70°, 70°
4.81. a) 40° b) 100° c) 55°
4.82. 25°
4.83. 50°, 60°, 70°