Zadania z geometrii czworokąta

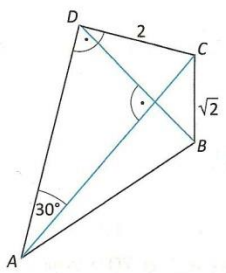
(poziom rozszerzony)

Część I

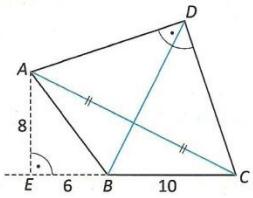
Zadanie 1: Jedna przekątna czworokąta dzieli go na dwa trójkąty o obwodach 20 cm, 40 cm, a druga na dwa trójkąty o obwodach 30 cm i 50 cm . Wiedząc, że suma długości przekątnych jest równa 26 cm, oblicz obwód czworokąta.

Zadanie 2: Oblicz długość przekątnych czworokąta ABCD, wykorzystując dane z rysunku:

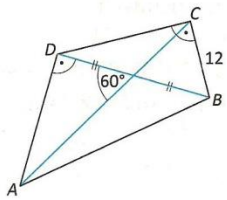
a)



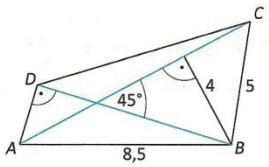
b)



c)



d)



Zadanie 3: Oblicz miary katów czworokąta, jeśli miary kolejnych kątów pozostają w stosunku 2:3:5:5.

Zadanie 4: Oblicz miary katów czworokąta, jeśli pierwszy kąt jest o 20 stopni mniejszy od drugiego. Trzeci jest o 70 stopni większy od pierwszego, a czwarty jest średnią arytmetyczną trzech pozostałych.

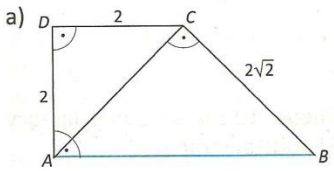
Zadanie 5: W pewnym trapezie trzy boki mają długość 6 cm, a kąt rozwarty ma miarę 120 stopni. Oblicz długość dłuższej podstawy trapezu.

Zadanie 6: W trapezie równoramiennym o obwodzie $\left(18+8\sqrt{2}\right)$ cm wysokość jest równa 4 cm, a kąt ostry ma miarę 45^0. Oblicz długości boków trapezu.

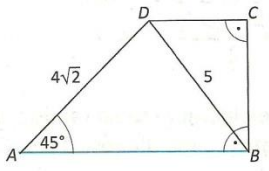
Zadanie 7: W trapezie równoramiennym miara kąta ostrego wynosi 60^0. Wysokość trapezu jest równa $3\sqrt{3}$ cm, a długość przekątnej wynosi $2\sqrt{19}$ cm. Oblicz obwód trapezu.

Zadanie 8: Na podstawie rysunku oblicz długość dłuższej podstawy trapezu prostokątnego ABCD:

a)



b)



Zadanie 9: Odcinek łączący środki ramion trapezu ma długość 10 cm, a odcinek łączący środki przekątnych ma długość 3 cm . Oblicz długości podstaw trapezu.

Zadanie 10: W trapezie ABCD przekątna AC tworzy z ramieniem BC kąt równy kątowi ADC. Wykaż, że miara kąta ABC jest równa mierze kąta DAC.

Zadanie 11: Oblicz miary kątów równoległoboku, w którym miara jednego z dwóch kolejnych kątów jest o 38^0 większa od miary drugiego kąta.

Zadanie 12: W rombie przekątne tworzą z jednym z boków kąty, których różnica miar wynosi 36^0. Oblicz miary kątów rombu.

Zadanie 13: Oblicz długość boku kwadratu, jeśli przekątna jest o 2 cm dłuższa od boku.

Zadanie 14: Obwód prostokąta jest równy 142 cm . Przekątna prostokąta jest o 1 cm dłuższa od dłuższego boku. Oblicz pole prostokąta.

Zadanie 15: Kąt ostry rombu ma miarę 30^0. Wysokość ma długość 2 cm . Oblicz obwód rombu oraz długość krótszej przekątnej.

Zadanie 16: W równoległoboku o obwodzie 40 cm przekątne są dwusiecznymi kątów, a ich długości pozostają w stosunku 3:4. Oblicz długości przekątnych.

Zadanie 17: Czy czworokąt ABCD można wpisać w okrąg, jeżeli stosunek miar kątów przy wierzchołkach A, B, C, D wynosi odpowiednio:

a) 3:6:10:7 b) 6:3:10:7 c) 10:8:10:8

Zadanie 18: Wyznacz miary kątów czworokąta ABCD wpisanego w okrąg, wiedząc, że:

a) $|< B| = 2|< A|\ oraz\ |< C| = 3|< A|$

b) $|< A|: |< B|: |< D| = 5: 4: 2$

Zadanie 19:W prostokącie mniejszy bok ma długość 6 cm, a kąt ostry między przekątnymi ma miarę 30^0. Jaka jest długość promienia okręgu opisanego na tym prostokącie?

Zadanie 20: Na trapezie opisano okrąg o promieniu długości 25 cm . Dłuższa podstawa trapezu jest średnicą okręgu. Wiedząc, że przekątna trapezu ma długość 40 cm, oblicz obwód trapezu.

Zadanie 21: Na trapezie o podstawach długości 16 cm i 8 cm oraz wysokości 8 cm opisano okrąg, jego środek leży wewnątrz trapezu. Oblicz odległości środka okręgu od wszystkich boków tego trapezu.

Zadanie 22: Oblicz obwód czworokąta ABCD opisanego na okręgu, mając dane: $|AB| = 10$ cm, $|CD| = 11$ cm.

Zadanie 23: Oblicz obwód czworokąta ABCD opisanego na okręgu, mając dane: $|AB|: |BC|: |CD| = 2: 3: 4$ oraz $|AD| = 15$ cm.

Zadanie 24: W romb wpisano okrąg. Punkt styczności okręgu z bokiem dzieli bok na odcinki 4 cm i 9 cm . Oblicz długość przekątnych i wysokość rombu.

Zadanie 25: W trapez równoramienny wpisano okrąg. Wiedząc, że ramiona mają długość po 6 cm, a jedna z podstaw jest dwa razy dłuższa od drugiej , wyznacz długości podstaw trapezu.

Zadanie 26: Odcinek łączący środki ramion trapezu ma długość 8 cm . Wiedząc, że w ten trapez można wpisać okrąg, oblicz obwód trapezu.

Zadanie 27: W trapez prostokątny wpisano okrąg. Punkt styczności okręgu z dłuższym ramieniem dzieli to ramię na odcinki 6 cm i 24 cm . Oblicz obwód trapezu.

Zadanie 28: W trapez wpisano okrąg. Punkt styczności okręgu z dłuższą podstawą trapezu dzieli tę podstawę na odcinki długości 2,5 dm i 4 dm. Wysokość trapezu ma długość 4 dm. Oblicz obwód trapezu.

Zadanie 29: Wykaż, że jeśli czworokąt wpisany w okrąg ma jedną parę boków przeciwległych równej długości, to przekątne tego czworokąta mają taką samą długość.

Zadanie 30: Wykaż, że jeśli w dowolnym czworokącie ABCD dwusieczne kątów wewnętrznych wyznaczają czworokąt, to można na nim opisać okrąg.

Zadanie 31: Długości boków jednego pięciokąta mają się do siebie jak 2: 5: 1: 3: 4, a jego obwód jest równy 30 cm . Oblicz długość boków drugiego pięciokąta, będącego obrazem pierwszego w podobieństwie o skali $\frac{5}{2}$.

Zadanie 32: Obrazem półkola F w podobieństwie o skali $\frac{6}{5}$ jest półkole F_1, którego obwód wynosi 12 cm . Oblicz długość promienia półkola F.

Zadanie 33: W prostokącie ABCD długości boków pozostają w stosunku 3: 4. Obrazem prostokąta ABCD w podobieństwie o skali $\frac{2}{3}$ jest prostokąt, którego przekątna ma długość 7,5 cm .Oblicz różnicę obwodów tych prostokątów.

Zadanie 34: W trapezie poprowadzono równoległy do obu podstaw odcinek, który podzielił ten trapez na dwa trapezy podobne. Oblicz długość tego odcinka, jeśli podstawy trapezu mają długość:

a) $a = 9$ cm, $b = 4$ cm

b) $a = 18\sqrt{2}$ cm, $b = 4\sqrt{2}$ cm

Zadanie 35: Długość boku rombu ABCD wynosi 4 cm, a kąt ostry ma miarę 60^0. W rombie EFGH wysokość ma 9 cm, a krótsza przekątna ma $6\sqrt{3}$ cm . Wykaż, że romb EFGH jest podobny do rombu ABCD i oblicz skalę podobieństwa.

Część II

Zadanie 36: Pole prostokąta jest równe 9 cm^2, a średnica okręgu opisanego na tym prostokącie ma długość 6 cm . Oblicz miarę kata ostrego między przekątnymi prostokąta.

Zadanie 37: Pole kwadratu wynosi $\sqrt[3]{49}$ cm^2. Oblicz długość boku kwadratu i jego obwód.

Zadanie 38: W prostokącie ABCD poprowadzono przekątną AC. Odcinek DE jest wysokością trójkąta ACD, a punkt E dzieli przekątną prostokąta na odcinki długości 3 cm i 12 cm . Oblicz:

a) Pole prostokąta ABCD
b) Obwód trójkąta ACD

Zadanie 39: Oblicz pole prostokąta którego przekątne długości 10 cm przecinają się pod kątem:

a) $\propto = 60°$ b) $\propto = 45°$

Zadanie 40: Oblicz pole koła opisanego na kwadracie o boku10 cm .

Zadanie 41: Prostokąt ma boki długości 3 cm oraz 6 cm, oblicz obwód okręgu opisanego na nim.

Zadanie 42: Boki równoległoboku mają długość 12 cm i 9 cm, a jedna z wysokości ma długość 4 cm . Oblicz długość drugiej wysokości równoległoboku. Rozważ dwa przypadki.

Zadanie 43: Obwód równoległoboku jest równy 35 cm, a odległość punktu przecięcia przekątnych od dwóch sąsiednich boków równoległoboku jest odpowiednio równa 3 cm i 4 cm . oblicz pole równoległoboku.

Zadanie 44: Jeden z kątów wewnętrznych równoległoboku ma miarę $60°$, zaś boki mają długości 10 cm oraz 5 cm . Oblicz pole równoległoboku.

Zadanie 45: W równoległoboku ABCD kąt ABC ma miarę 135^0. Wiedząc, że jego obwód wynosi 24 cm oraz $|AB| = 2|BC|$ oblicz pole równoległoboku.

Zadanie 46: Przekątne równoległoboku mające długość 24 cm i 10 cm są jednocześnie dwusiecznymi jego kątów. Oblicz pole i obwód równoległoboku.

Zadanie 47: Pole rombu, którego kat rozwarty ma miarę trzy razy większą od miary kąta ostrego wynosi 16 cm^2. Oblicz długość boku rombu.

Zadanie 48: Przekątne rombu mają długości 10 cm i 24 cm . Oblicz sinus kąta ostrego tego rombu.

Zadanie 49: Pole rombu wynosi 156 cm^2, a jego wysokość 12 cm .Oblicz sumę długości jego przekątnych.

Zadanie 50: Kąt ostry rombu ma miarę 30^0, a suma długości jego przekątnych wynosi 20 cm . Wiedząc, że $tg15° = 2 - \sqrt{3}$, oblicz pole tego rombu.

Zadanie 51: Oblicz pole trapezu, mając dane długości podstaw *a, b* oraz długości ramion *c, d*:

a) $a = 15,\ b = 9,\ c = d = 5$
b) $a = 44,\ b = 16,\ c = 17,\ d = 25$
c) $a = 28,\ b = 7,\ c = 17,\ d = 10$

Zadanie 52: W trapezie, którego podstawy mają długość 10 cm i 4 cm, miary kątów przy dłuższej podstawie wynoszą 45^0 oraz 30^0. Oblicz pole tego trapezu.

Zadanie 53: W trapezie ABCD, bok AB jest równoległy do CD, zaś przekątne przecinają się w punkcie P. Wykaż, że pola trójkątów APD i BPC są równe.

Zadanie 54: Przekątna trapezu równoramiennego ma długość 10 cm i tworzy z dłuższą podstawą kąt o mierze 45^0. Oblicz pole tego trapezu.

Zadanie 55: Trapez na którym można opisać okrąg i w który można wpisać okrąg, ma podstawy długości 12 cm i 3 cm. Oblicz pole tego trapezu.

Zadanie 56: Na okręgu, którego długość promienia wynosi 2 cm, opisano trapez równoramienny o polu 20 cm^2. Oblicz długości boków trapezu.

Zadanie 57: Na okręgu o promieniu długości 5 cm opisano trapez prostokątny, którego najkrótszy bok ma długość 7,5 cm. Oblicz pole tego trapezu.

Zadanie 58: Na okręgu opisano trapez, którego pole jest równe 100 cm^2. Ramiona trapezu tworzą z dłuższą podstawą kąty o miarach 30^0 i 45^0. Oblicz długość promienia okręgu.

Zadanie 59: Pole trapezu równoramiennego jest równe 156, a jego ramię ma długość 13. W trapez wpisano koło. Oblicz pole tego koła.

Zadanie 60: W okrąg o promieniu 5 cm wpisano trapez, którego podstawa jest średnicą okręgu. Przekątna trapezu ma długość 8 cm, oblicz pole trapezu.

Zadanie 61: W trapez równoramienny wpisano koło. Krótsza podstawa trapezu ma długość 4 cm, a ramię 20 cm długości. Oblicz pole tego trapezu.

Zadanie 62: Pole trapezu jest równe 72 cm^2, zaś pole koła wpisanego w ten trapez wynosi 16π cm. Oblicz długość ramion trapezu w przypadku, gdy trapez jest:

a) Równoramienny
b) Prostokątny

Zadanie 63: Obwód czworokąta jest równy 54 cm. W czworokąt ten wpisano koło o promieniu 4 cm. Oblicz pole danego czworokąta.

Zadanie 64: Dane są długości d_1 i d_2 przekątnych czworokąta wypukłego oraz miara kąta między tymi przekątnymi. Oblicz pole czworokąta, jeśli:

a) $d_1 = 10,\ d_2 = 6,\ \propto = 30°$

b) $d_1 = 8\sqrt{3},\ d_2 = 4,\ \propto = 60°$

c) $d_1 = 12,\ d_2 = 5\sqrt{2},\ \propto = 135°$

Zadanie 65: Pole pewnego czworokąta wypukłego wynosi 35,a jego przekątne mają długość 10 i 14. Oblicz miarę kąta przecięcia się przekątnych tego czworokąta.

Zadanie 66: Figura F_1 jest podobna do figury F_2 w skali 1,5. Oblicz pola tych figur, wiedząc że różnica tych pól wynosi 85 cm^2.

Zadanie 67: W trapezie ABCD zaznaczono punkt E na ramieniu AD oraz punkt F na ramieniu BC i otrzymano trapezy CDEF oraz ABFE, które są do siebie podobne. Wiedząc, że stosunek pól trapezów podobnych wynosi 4: 9, a długość odcinka EF jest równa 18 cm, oblicz długość podstaw trapezu ABCD.

Zadanie 68: Działka ma kształt prostokąta o wymiarach 50 m na 40 m. Ile cm^2 będzie zajmować obszar tej działki na planie sporządzonym w skali 1: 2 000?

Zadanie 69: Prostokątna działka na planie, sporządzonym w skali 1: 1 000, ma wymiary 15 cm na 20 cm. Ile hektarów ma działka w rzeczywistości?

Zadanie 70: Jezioro Dąbie ma powierzchnię równą 5600 ha. Oblicz jaką powierzchnię zajmuje to jezioro na mapie wykonanej w skali 1: 400 000?