Zadania z geometrii analitycznej

(poziom rozszerzony)

Zadanie 1: Oblicz współrzędne wektora $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AB}$ oraz $\overrightarrow{3AC} - 2\overrightarrow{BC}$ oraz ich długości jeśli $A = (-1,3)$, $B = (0,-2), C = (-1,1)$

Zadanie 2: Wyznacz współrzędne punktu A wiedząc, że $B = (2,-4)$ oraz $\overrightarrow{BA} = (4,-1)$

Zadanie 3: Wyznacz współrzędne punktu B wiedząc, że $A = (-4,6)$ oraz $\overrightarrow{BA} = (-3,2)$

Zadanie 4: Dla jakich parametrów *m, n* wektory są równe, jeśli:

$\vec{a} = [3m + 2; n + 4]\ oraz\ \vec{b} = [m + 14; 2n - 10]$

Zadanie 5: Dla jakich parametrów *m, n* wektory są przeciwne, jeśli:

$\vec{a} = [m^2 - 1; -m]\ oraz\ \vec{b} = [-1; m]$

Zadanie 6: Wyznacz współrzędne środka odcinka AB jeśli $A = (-4,-12)$ oraz $B = (0,10)$

Zadanie 7: Dane są trzy wierzchołki równoległoboku ABCD; $A = (4,1), B = (2,6), C = (-8,3)$. Narysuj równoległobok w układzie współrzędnych. Oblicz współrzędne wierzchołka D oraz punktu P przecięcia się jego przekątnych.

Zadanie 8: Oblicz współrzędne punktu przecięcia się środkowych w trójkącie ABC, jeśli $A = (-2,7)$, $B = (1,2)\ oraz\ C = (4,0)$

Zadanie 9: Napisz równanie prostej przechodzącej przez punkty:

a) $A = (0; 2)$ oraz $B = (1; 7)$
b) $A = (0; -2)$ oraz $B = (1; 4)$
c) $A = (-3; 0)$ oraz $B = (-2; 1)$

Zadnie 10: Podaj kąt nachylenia wykresu funkcji do osi OX, jeśli:

a) $f(x) = \sqrt{3}x + 2$
b) $f(x) = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$
c) $f(x) = x - 2\sqrt{2}$

Zadanie 11: Napisz wzór funkcji liniowej której wykres przechodzi przez punkt *A* oraz jest on nachylony do osi OX pod kątem α, jeśli:

a) $\alpha = 30°$ oraz $A = (\sqrt{3}; 2)$
b) $\alpha = 120°$ oraz $A = (-1; 1)$
c) $\alpha = 45°$ oraz $A = (3\frac{1}{4}; \frac{1}{2})$
d) $\alpha = 150°$ oraz $A = (3\sqrt{3}; -3)$

Zadanie 12: Dany jest trójkąt o wierzchołkach $A = (-4,3)$, $B = (4,-5)$, $C = (8,1)$. Wyznacz:

a) Długość środkowej AS
b) Równanie kierunkowe prostej zawierającej środkową AS
c) Współrzędne środka ciężkości trójkąta ABC

Zadanie 13: Napisz równanie ogólne prostej *l* równoległej do prostej *k* przechodzącej przez podany punkt:

a) $k: y - 2 = 0$ oraz $A = (3; -5)$
b) $k: 2x - 7 - y = 0$ oraz $A = (2; 1)$
c) $k: \frac{1}{2}x - y + 3 = 0$ oraz $A = (-4; 2)$

Zadanie 14: Napisz równanie ogólne prostej *l* prostopadłej do prostej *k* przechodzącej przez podany punkt:

a) $k: 2x - y - 6 = 0$ oraz $A = (8; -2)$
b) $k: \ y = -\frac{1}{3}x$ oraz $A = (1; -7)$
c) $k: \ -4x + 3 - y = 0$ oraz $A = (-8; 6)$

Zadanie 15: Wyznacz *m*, wiedząc, że wykresy funkcji f oraz g są równoległe:

a) $f(x) = (3m - 1)x + 2m$ oraz $g(x) = (m - 2)x + 2$
b) $f(x) = \frac{2m-1}{3}x + 4$ oraz $g(x) = \frac{m+4}{2}x + 2014$
c) $f(x) = |4 + m|x - 8$ oraz $g(x) = 3x + 16$

Zadanie 16: Wyznacz *m*, wiedząc, że wykresy funkcji f oraz g są prostopadłe:

a) $f(x) = x + 1$ oraz $g(x) = (m + 6)x + 11$
b) $f(x) = \frac{2m-4}{3}x - 3$ oraz $g(x) = 2x + 400$
c) $f(x) = |m - 12|x - 1$ oraz $g(x) = -\frac{2}{5}x + 21$

Zadanie 17: Punkty $A = (-4,4)$, $B = (4,0)$ są wierzchołkami trójkąta ABC, a punkt $M = (3,4)$ jest punktem przecięcia się wysokości trójkąta (ortocentrum). Wyznacz współrzędne wierzchołka C.

Zadanie 18: Oblicz odległość punktu $P = (-2; 3)$od prostej *k*; jeśli:

a) $k: x - 7 = 0$
b) $k: y + 1 = 0$
c) $k: 3x + 4y + 5 = 0$

Zadanie 19: Oblicz odległość między prostymi równoległymi *k* oraz *l,* jeśli:

a) $k: x + y + 2 = 0$ oraz $l: x + y - 4 = 0$
b) $k: y = \frac{1}{3}x + 2$ oraz $l: \ y = \frac{1}{3}x - 2$

Zadanie 20: Dana jest prosta k: $4x - 3y + C = 0$ oraz punkt $P = (-1,1)$. Wyznacz liczbę C, dla której odległość punktu P od prostej *k* jest równa 15.

Zadanie 21: Dany jest trójkąt ABC: $A = (-2,3)$, $B = (-2,2)$, $C = (2,0)$. Wyznacz:

a) Równanie ogólne prostych zawierających boki tego trójkąta
b) Długości wysokości trójkąta

Zadanie 22: Wyznacz równanie symetralnej odcinka AB, jeśli $A = (7, -4)$ oraz $B = (-6,13)$

Zadanie 23: Oblicz pole trójkąta o wierzchołkach: $A = (1,1)$, $B = (3,5)$, $C = (-1,3)$.

Zadanie 24: Na osi OY wyznacz taki punkt C, aby pole trójkąta ABC, gdzie $A = (-2, -4)$, $B = (8, -1)$, było równe 32.

Zadanie 25: Napisz równanie okręgu jeśli:

a) $S = (-2,5)$ oraz $r = 2\sqrt{3}$
b) $S = (0,2)$ oraz $r = 7$
c) $S = (-4,0)$ oraz $r = 5\sqrt{2}$

Zadanie 26: Podaj współrzędne środka okręgu ora jego promień, jeśli:

a) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 16$
b) $(x+8)^2 + y^2 = 8$
c) $x^2 + y^2 - 8x + 7 = 0$
d) $x^2 + y^2 - 3x + y - 1{,}5 = 0$

Zadanie 27: Napisz równanie okręgu o środku w punkcie $S = (2,1)$ przechodzącego przez punkt $A = (4,2)$

Zadanie 28: Napisz równanie okręgu o promieniu *4*, współśrodkowego z okręgiem o równaniu $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 9 = 0$. Oblicz pole pierścienia kołowego ograniczonego tymi okręgami.

Zadanie 29: Napisz równania ogólne wspólnych osi symetrii okręgów: $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ oraz $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$

Zadanie 30: Napisz nierówność opisującą koło, jeśli:

a) $S = (-2, -4)$ oraz $r = 2\sqrt{5}$
b) $S = (0, -3)$ oraz $r = 2$

Zadanie 31: Określ wzajemne położenie okręgu i prostej, jeśli:

a) $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 16$ oraz $y = \frac{3}{4}x + 3$
b) $(x+5)^2 + y^2 = 1$ oraz $y = 1$
c) $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 33 = 0$ oraz $y = x - 5$
d) $x^2 + y^2 + 8x - 2y + 13 = 0$ oraz $y = x$

Zadanie 32: Napisz równania stycznych do danych okręgów i przechodzących przez podany punkt:

a) $x^2 + y^2 = 4$ oraz $A = (6, -2)$

b) $x^2 + y^2 + 10x - 6y + 30 = 0$ oraz $A = (-7,9)$

Zadanie 33: Wyznacz równanie okręgu o promieniu 5, który jest styczny do osi OY i jednocześnie styczny do prostej $k: 3x + 4y - 6 = 0$

Zadanie 34: Określ wzajemne położenie okręgów:

a) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$ oraz $x^2 + y^2 - 4x + 4y - 8 = 0$

b) $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 8$ oraz $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 11 = 0$

c) $(x + 4)^2 + (y + 2)^2 = 5$ oraz $x^2 + y^2 + 8x + 4y - 5 = 0$

Zadanie 35: Wyznacz równanie prostej *k*, względem której okręgi: $x^2 + y^2 + 4x + 8y + 19 = 0$ oraz $x^2 + y^2 - 12x + 35 = 0$ są wzajemnie symetryczne.